

Conjunto de los números Complejos " |C "

Hasta el momento los conjuntos numéricos que conocíamos eran:

|N Conjunto de los números Naturales (enteros positivos), Sin el cero.

Por Ej.: 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; ... Tienen coma: 2 = 2,0

Z| Conjunto de los números Enteros (Todo número que Si tiene coma, pero su parte decimal es cero).

Por ej.: ... ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; ... Tienen coma: -2 = -2,0 ; 0 = 0,0

Q| Conjunto de los números Racionales (Todo número que puede expresarse en notación fraccionaria).

Por ej.: $2 = \frac{2}{1}$; $-3 = -\frac{3}{1}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{0}{1}$; $-\frac{6}{7}$; -5 ; 2,84 ; -5,456 ; $3,\dot{2}$; $-87,43\dot{2}$; $-94,43\dot{1}\dot{2}$

Todo número con cifra decimal cero.

Con cantidad de cifras decimales finitas o infinitas periódicas.

|R Conjunto de los números Reales (Todo número conocido hasta el momento)

Por ej.: $5 = \frac{5}{1}$; $-7 = -\frac{7}{1}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{0}{1}$; 2,84 ; -5,456 ; $3,\dot{2}$; $-87,43\dot{2}$; $-94,43\dot{1}\dot{2}$; $\sqrt{2}$; $-\sqrt{3}$

Todo número con cifra decimal.

Ahora conoceremos un nuevo conjunto numérico:

Para ello resolveremos los siguientes ejercicios con la calculadora:

a) $\sqrt{4} = 2$

b) $-\sqrt{9} = -3$

c) $\sqrt{2} = 1,4142...$ (Tiene infinitas cifras NO periódicas)

d) $-\sqrt{3} = -1,73205....$ (Tiene infinitas cifras NO periódicas)

e) $\sqrt[3]{17} = 2,5712...$ (Tiene infinitas cifras NO periódicas)

f) $\sqrt{-9}$ = No tiene solución en el conjunto real (El resultado que aparecerá en la calculadora ser "Error " o aparecerá una " i " ; o aparecerá " i x 3 " en la pantalla.

→ Es ahí donde surge un nuevo conjunto numérico:" El conjunto de los números **Complejos**

" Se anota: **|C**

¿Cómo se resuelve $\sqrt{-9}$?

Sabemos que: $-9 = 9 \cdot (-1)$

Por lo tanto:

$\sqrt{-9} = \sqrt{9 \cdot (-1)}$ Aquí se puede aplicar la propiedad distributiva (Por ser una multiplicación afectada por la radicación)

$$\sqrt{-9} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{-1}$$

$$\sqrt{-9} = \sqrt{9} \cdot i$$

Pero... ¿Qué es i ? “ i ” es la UNIDAD IMAGINARIA

$$i = \sqrt{-1}$$

Es decir que por despeje, se tiene:

$$i^2 = -1$$

¿Cómo puedo escribir a “ i ” ?

$i = 1 \cdot i$ (Si a i lo multiplico por 1, no varía)

$i = 0 + 1 \cdot i$ (Si a i lo multiplico por 1 y le sumo cero, no varía)

Resolviendo:

Por ejemplo: Dada la siguiente operación resolver

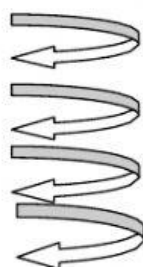
$$3 + \sqrt{-9} - 5 - \sqrt{-49} =$$

$$3 + \sqrt{-9} - 5 - \sqrt{-49} =$$

$$3 - 5 + \sqrt{-9} - \sqrt{-49} =$$

$$-2 + 3i - 7i =$$

$$-2 - 4i$$



Separo en términos

Aplico Propiedad Conmutativa (Cambio términos de lugar)

Resuelvo números reales (3-5) y resuelvo las raíces usando complejos

i se resuelve como si fueran x en las ecuaciones o en las expresiones algebraicas. $(3i - 7i) = -4i$

NO se puede seguir resolviendo, porque no se puede sumar o restar un número real con un número imaginario.

Quedando de esa manera: $-2 - 4i$ (Número complejo con parte real (-2) y parte imaginaria (-4i))

Resolver la operación y Marcar el cuadro con el resultado correcto:

a) $\sqrt{-4} = \dots\dots\dots$

b) $\sqrt{16} = \dots\dots\dots$

c) $\sqrt[3]{-8} = \dots\dots\dots$

d) $-\sqrt{-4} = \dots\dots\dots$

e) $-\sqrt{16} = \dots\dots\dots$

f) $-\sqrt[3]{-8} = \dots\dots\dots$

g) $5 + \sqrt{-25} + 8 + \sqrt{-36} = \dots\dots\dots$

h) $3 + \sqrt{-81} - 5 - 3 + \sqrt{-64} = \dots\dots\dots$

i) $-5 - 3 + \sqrt{-9} - 5 - \sqrt{-49} = \dots\dots\dots$

j) $3 + \sqrt{-9} - 5 - \sqrt[3]{-8} = \dots\dots\dots$

-13 - 4i	-4
4	-4 i
0 + 3 i	13 + 9 i
-2i	13 - 4 i
2 i	-5 + i
2	4 + 3 i
4 i	-2
-5 + 17 i	Ninguna

FORMAS DE ESCRITURA DE UN NÚMERO COMPLEJO

Suelen designarse con la letra z y pueden escribirse de varias formas.

$$Z = -2 - 4i$$

Expresión binómica de un complejo:

Cualquier número complejo puede ser representado por medio de una expresión con dos términos. A este modo de representación se lo llama forma binómica del complejo.

$$Z = \underbrace{-2}_{\text{Parte real de } z} - \underbrace{4i}_{\text{Parte imaginaria de } z}$$

$-2 = \text{Re}(z)$ $-4i = \text{Im}(z)$

Expresión cartesiana de un complejo:

Un número complejo se define como un par ordenado de números reales $(-2, -4)$ "Sin la i".

Siendo "a" la componente real, y "b" la componente imaginaria

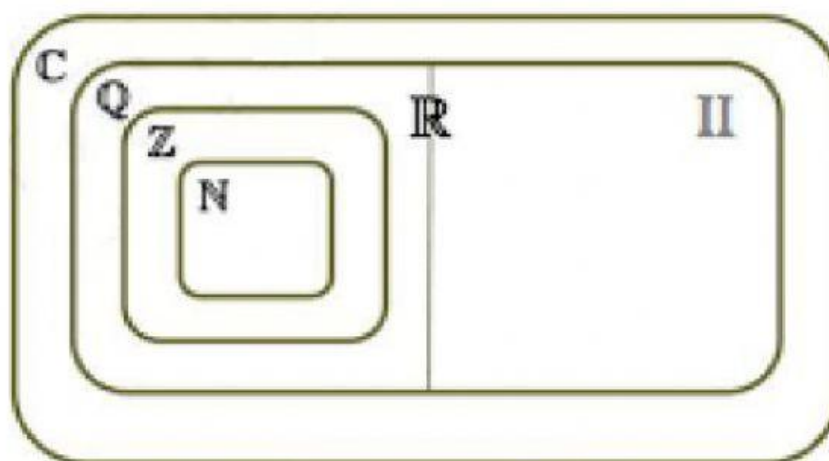
$$Z = (\underbrace{-2}_{\text{Componente real de } z}; \underbrace{-4}_{\text{Componente imaginaria de } z})$$

$-2 = \text{Re}(z)$ $-4 = \text{Im}(z)$

Todo número real, es también número complejo:

Por ejemplo:

	Forma binómica	Forma cartesiana
a) -2 (Real puro)	$-2 + 0i$	$(-2; 0)$
b) $\sqrt{2}i$ (imaginario puro)	$0 + \sqrt{2}i$	$(0; \sqrt{2})$



Marcar los recuadros que sean correctos, según la expresión dada a su lado:

Expresión Binómica	Expresión Cartesiana
$Z_1 = -4 + 3i$	$Z_1 = (-4; 3)$
$Z_2 = 2 - i$	$Z_2 = (2; -1)$
$Z_3 = 8 + 5i$	$Z_3 = (8; 5)$
$Z_4 = -3 - i$	$Z_4 = (-3; -i)$
$Z_5 = 4$	$Z_5 = (4; 0)$
$Z_6 = 5i + 7$	$Z_6 = (7; 5)$
$Z_7 = 2 + i$	$Z_7 = (2; 0)$