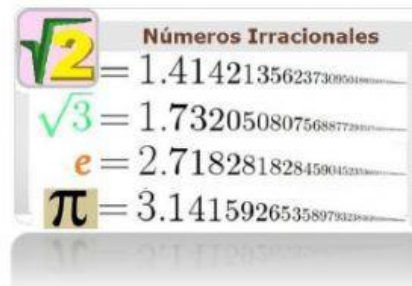


CONJUNTO DE LOS NÚMEROS IRRACIONALES (II)

Para introducirnos en este conjunto debemos revisar ciertas propiedades. Propiedades referidas a las operaciones de potenciación y radicación.

Estas nos servirán luego para ciertas operaciones y/o procedimientos en donde intervengan radicales.



Observa la siguiente lista donde se detallan dichas propiedades...

Propiedades de la potenciación

- | | |
|--|---|
| 1. Potencia de exponente cero | $a^0 = 1 \Leftrightarrow a \neq 0$ |
| 2. Potencia de exponente uno | $a^{-n} = \frac{1}{a^n} \Leftrightarrow a \neq 0$ |
| 3. Potencia de exponente negativo | $a^1 = a$ |
| 4. Producto de potencias de igual base | $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ |
| 5. Cociente de potencias de igual base | $a^n : a^m = a^{n-m} \Leftrightarrow a \neq 0$ |
| 6. Potencia de otra potencia | $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ |
| 7. Distributividad respecto de la multiplicación | $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ |
| 8. Distributividad respecto de la división | $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \Leftrightarrow b \neq 0$ |

El siguiente procedimiento, si bien no es una propiedad, es un proceso que nos servirá para trabajar de aquí en adelante en futuros contenidos

9. **Factorización:** Factorizar significa expresar o descomponer a un número (o cualquier otra expresión matemática posible) en una serie de factores primos (es decir descomponer en una multiplicación).

Por ejemplo:

Si deseamos factorizar el valor 12 podemos descomponerlo de esta manera: $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$

(Descomposición en factores primos)

Luego podemos hacer uso de la potencia y sus propiedades para abreviar cuando los factores (las bases se repiten), es decir:

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

O bien $12 = 4 \cdot 3$

O bien $12 = 2 \cdot 6$

Propiedades de la radicación

La radicación se puede expresar como una potencia de exponente fraccionario:

$$\sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}}$$

Por ejemplo:

$$\sqrt{6} = 6^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}}$$

$$\sqrt[4]{x^3} = x^{\frac{3}{4}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{x^7}} = x^{-\frac{7}{3}}$$

Las propiedades de la radicación son análogas a las de la potenciación

1. Raíz de raíz

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \left(a^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n \cdot m}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

2. Distributividad respecto de la multiplicación

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = (a \cdot b)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

3. Distributividad respecto de la división

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \Leftrightarrow b \neq 0$$

4. Simplificación de índices

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot r]{a^{m \cdot r}} \Leftrightarrow r \neq 0 \wedge a > 0$$

Por ejemplo:

$$\sqrt[6]{5^3} = \sqrt[6 \cdot 3]{5^{3 \cdot 3}} = \sqrt[2]{5^3}$$

$$\sqrt[4]{2^6} = \sqrt{2^3}$$

$$\sqrt[10]{3^4} = \sqrt[5]{3^2}$$

5. Amplificación de índices

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}} \Leftrightarrow r \neq 0 \wedge a > 0$$

Por ejemplo:

$$\sqrt{3} = \sqrt[2 \cdot 2]{3^{1 \cdot 2}} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt[4]{9}$$

$$\sqrt[5]{4} = \sqrt[5 \cdot 3]{2^6} = \sqrt[15]{64}$$

$$\sqrt[6]{x^3} = \sqrt[2 \cdot 3]{x^{12}} = \sqrt[4]{x^{12}}$$

6. Eliminación del radical

$$\sqrt[n]{a^n} = a \Leftrightarrow n \text{ es impar} \vee \sqrt[n]{a^n} = |a| \Leftrightarrow n \text{ es par}$$

Por ejemplo:

$$\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = |7| = 7$$

$$\sqrt[4]{3^4} = |3| = 3$$

$$\sqrt[5]{2^5} = 2$$

$$\sqrt[3]{(-2)^3} = -2$$

ACTIVIDADES

El desarrollo de los cálculos debe estar en carpeta para realizar consultas en clases presenciales

1) Marcar las respuestas correctas

- | | | | | |
|---|--------------------------|-----------------------|---------------------------|---------------------------|
| a) $(ab)^{-5} : (ab)^2 \cdot a =$ | $a^{-2}b^{-3}$ | $a^{-6}b^{-7}$ | $a^{-7}b^{-7}$ | $a^{-8}b^{-7}$ |
| b) $\sqrt{a^4 b^5} \cdot \sqrt{a^2 b} =$ | $a^6 b^6$ | $a^4 b^3$ | $a^3 b^3$ | ab^2 |
| c) $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b} a^{\frac{3}{2}} : b^4 =$ | $a^2 b^{-\frac{7}{2}}$ | $a^2 b^{\frac{7}{2}}$ | $a^2 b^{-\frac{9}{2}}$ | $a^2 b^{\frac{9}{2}}$ |
| d) $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b} \sqrt{a \cdot b} \cdot a^{-4} =$ | $a^{-3} b^{\frac{5}{6}}$ | $a^5 b^{\frac{5}{6}}$ | $a^{-3} b^{-\frac{1}{6}}$ | $a^{-5} b^{-\frac{1}{6}}$ |

2) Escribir V o F. Explicar las respuestas y rehacer de manera correcta en carpeta si fuera necesario

- | | |
|---------------------------------------|--|
| a) $3^{-2} = \frac{1}{9}$ | f) $\sqrt[5]{9^5} = 9 $ |
| b) $(7^2)^{-3} = 7^6$ | g) $(2a)^5 = 2a^5$ |
| c) $4^{-3} : 4^{-5} = 4^{-8}$ | h) $\sqrt[3]{25} = 5^{\frac{2}{3}}$ |
| d) $2 \cdot 2^0 : 2^{-3} = 2^3$ | i) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-\frac{3}{2}} = \left(-\frac{5}{2}\right)^{\frac{3}{2}}$ |
| e) $\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \sqrt[6]{5}$ | |

3) Expresar como una única potencia aplicando propiedades

- a) $2^{-5} \cdot 2 : 2^{-4} =$
 b) $[(-3)^3 : (-3)^{-3}]^{-2} =$
 c) $(5 \cdot 4)^2 : (5^2 \cdot 4)^3 =$
 d) $(ab)^3 \cdot (ab)^{-2} =$
 e) $\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{5^2} \cdot \sqrt[6]{5^5} =$
 f) $\sqrt{\sqrt{64}} \cdot \sqrt{2} =$
 g) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{6^3} \cdot \sqrt{6^6} =$
 h) $\sqrt{ab} : \sqrt{a^2 b} =$
 i) $(a^{-1} b)^5 \cdot \sqrt{ab} =$

$$\begin{array}{r}
 ab \\
 \hline
 5^2 \\
 \hline
 2^2 \\
 \hline
 2^0 \\
 \hline
 6^5 \\
 \hline
 (-3)^0 \\
 \hline
 a^{-\frac{1}{2}} b^0 \\
 \hline
 5^{-4} \cdot 4^{-1} \\
 \hline
 (-3)^{-12} \\
 \hline
 5^{\frac{8}{11}} \\
 \hline
 2^{-8} \\
 \hline
 a^{-\frac{9}{2}} b^{\frac{11}{2}}
 \end{array}$$

4) Identificar el error y resuelvan correctamente

$$(2^4 : 2 \cdot 2^6)^{-3} = (2^{10})^{-3} = 2^7$$

NO SE APLICÓ PROPIEDAD DE SUMA DE EXPONENTES	SE OPERÓ MAL CON LOS EXPONENTES	EL RESULTADO DE OPERAR CON LOS EXPONENTES ES DE 9 Y LUEGO DE 6
NO SE APLICÓ PROPIEDAD DE RESTA DE EXPONENTES	EL RESULTADO DE OPERAR CON LOS EXPONENTES ES DE 11 Y LUEGO DE 33	EL RESULTADO DE OPERAR CON LOS EXPONENTES ES DE 11 Y LUEGO DE 8
EL RESULTADO DE OPERAR CON LOS EXPONENTES ES DE 9 Y LUEGO DE 18	EL RESULTADO DE OPERAR CON LOS EXPONENTES ES DE 9 Y LUEGO DE -18	EL RESULTADO FINAL DE OPERAR CON LOS EXPONENTES ES DE -30

5) Resolver expresando con un índice común, y aplicando propiedades para lograr una mínima expresión

a) $\frac{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt[6]{9} \cdot 125} =$

b) $\frac{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{81}}{\sqrt[8]{1296}} =$

c) $\frac{\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt[10]{3} \cdot \sqrt{3}} =$

d) $\frac{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt[12]{3} \cdot \sqrt[4]{2}} =$

INDICE COMUN: 4 RADICANDO: 2^{-1}
INDICE COMUN: 6 RADICANDO: 5^{-1}
INDICE COMUN: 2 RADICANDO: $\frac{2}{3}$
INDICE COMUN: 6 RADICANDO: $\frac{3}{5}$
INDICE COMUN: 12 RADICANDO: 6^3
INDICE COMUN: 2 RADICANDO: $\frac{1}{3}$
INDICE COMUN: 12 RADICANDO: 6^6
INDICE COMUN: 4 RADICANDO: 2^3