

Задание 1

Решите неравенство: $x^2 + (1 - \sqrt{10})x - \sqrt{10} \leq 0$.

Решение.

Решим неравенство методом интервалов:

$$\begin{aligned} x^2 + (1 - \sqrt{10})x - \sqrt{10} \leq 0 &\Leftrightarrow x^2 - (\sqrt{10} + (-1))x + \sqrt{10}(-1) \leq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x - \sqrt{10})(x + 1) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq \sqrt{10}. \end{aligned}$$



Ответ: $[-1; \sqrt{10}]$.

Задание 2.

Решите неравенство: $x^2 + (2 - \sqrt{15})x - 2\sqrt{15} \leq 0$.

Решение.

По теореме Виета, сумма корней уравнения равна $-(2 - \sqrt{15})$, а их произведение равно $-2\sqrt{15}$. Поэтому корни этого уравнения — числа -2 и $\sqrt{15}$. Тогда неравенство можно решить так:

$$x^2 + (2 - \sqrt{15})x - 2\sqrt{15} \leq 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x - \sqrt{15}) \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq \sqrt{15}.$$



Ответ: $[-2; \sqrt{15}]$.

Задача 3. Решите неравенство: $x + 10 < 3x^2$.

Перенесем слагаемые в левую часть:

$$-3x^2 + x + 10 < 0$$

Разложим на множители выражение $-3x^2 + x + 10$:

$$-3x^2 + x + 10 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{2}{3} \text{ И } x_2 = \frac{5}{2}$$

Следовательно, $-3x^2 + x + 10 = -(x + \frac{2}{3})(x - \frac{5}{2}) = (x + \frac{2}{3})(\frac{5}{2} - x)$.

Тогда неравенство примет вид

$$(x + \frac{2}{3})(\frac{5}{2} - x) < 0 \Rightarrow (x + \frac{2}{3})(x - \frac{5}{2}) > 0$$

Решим его методом интервалов:



Таким образом, подходят $x \in (-\infty; -\frac{2}{3}) \cup (\frac{5}{2}; +\infty)$.

Ответ:

$$(-\infty; -\frac{2}{3}) \cup (\frac{5}{2}; +\infty)$$