



MATEMÁTICA

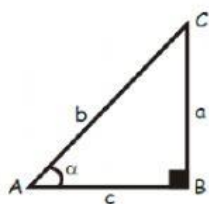
V SECUNDARIA

Ficha 4: Razones trigonométricas de ángulos agudos

DEFINICIÓN

La razón trigonométrica de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo se define como el cociente que se obtiene al dividir las medidas de las longitudes de dos de los lados del triángulo rectángulo con respecto a uno de los ángulos agudos.

Sea el triángulo rectángulo ABC recto en B.



Elementos:

- Catetos (con respecto a α)
 - Cateto opuesto (C.O.) $\rightarrow a$
 - Cateto adyacente (C.A.) $\rightarrow c$
- Hipotenusa (H) $\rightarrow b$
- $m\angle CAB \rightarrow \alpha$ (agudo)



Cumpléndose: (Teorema de Pitágoras)

$$b^2 = a^2 + c^2$$

Definimos con respecto a α :

- Seno de $\alpha \rightarrow \text{sen } \alpha = \frac{CO}{H} = \frac{a}{b}$
- Coseno de $\alpha \rightarrow \text{cos } \alpha = \frac{CA}{H} = \frac{c}{b}$
- Tangente de $\alpha \rightarrow \text{tg } \alpha = \frac{CO}{CA} = \frac{a}{c}$
- Cotangente de $\alpha \rightarrow \text{ctg } \alpha = \frac{CA}{CO} = \frac{c}{a}$
- Secante de $\alpha \rightarrow \text{sec } \alpha = \frac{H}{CA} = \frac{b}{c}$
- Cosecante de $\alpha \rightarrow \text{csc } \alpha = \frac{H}{CO} = \frac{b}{a}$

INVERSA



Por ejemplo: $\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{3} \rightarrow \operatorname{csc} \alpha = 3$



$\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{3} \rightarrow \operatorname{ctg} \alpha = \frac{3}{5}$

NOTA

1. En un triángulo rectángulo

hipotenusa > catetos

Entonces $0 < \operatorname{sen} \alpha < 1$ $\wedge$ $0 < \operatorname{cos} \alpha < 1$

$\operatorname{csc} \alpha > 1$ $\wedge$ $\operatorname{sec} \alpha > 1$

2. $\operatorname{sen}^2 \alpha \neq \operatorname{Sen} \alpha^2$

3. $\frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \beta} \neq \frac{\alpha}{\beta}$

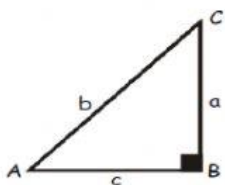


APLICACIÓN

1. En un triángulo rectángulo ABC recto en B reducir:

$$E = \operatorname{sen} A \operatorname{sec} C + \operatorname{cos} C \operatorname{csc} A$$

Solución:



Del gráfico:

$$E = \frac{a}{b} \times \frac{b}{a} + \frac{c}{b} \times \frac{b}{c}$$

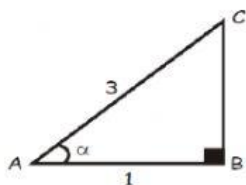
$$E = 1 + 1 \Rightarrow E = 2$$



2. Si: α es un ángulo agudo tal que $\operatorname{cos} \alpha = \frac{1}{3}$. Calcular $\operatorname{tg} \alpha$.

Solución:

Del dato: $\operatorname{cos} \alpha = \frac{1}{3} \rightarrow$ Cateto adyacente
 $\rightarrow$ Hipotenusa



$2\sqrt{2}$

Por Pitágoras

$$3^2 = 1^2 + \overline{BC}^2$$

$$\overline{BC} = 2\sqrt{2}$$

Piden: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{1} \Rightarrow 2\sqrt{2}$





EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. En un triángulo rectángulo ABC recto en A.

Calcular: $E = b \operatorname{tg} C + c \cdot \operatorname{tg} B - c$

- a) a b) b c) c
d) 2a e) 2c

2. En un triángulo rectángulo ABC recto en B.

Reducir: $E = \operatorname{sen} A \sec C + \operatorname{sen} C \sec A$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

3. Si: $\sec x = \sqrt{7}$

Calcular: $E = \operatorname{tg}^2 x + \sqrt{42} \operatorname{sen} x$

- a) 10 b) 12 c) 14
d) 18 e) 20

4. En un triángulo rectángulo ABC recto en C se cumple

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

Determinar: $E = \sqrt{7} \operatorname{tg} B + 6 \sec A$

- a) 3 b) 5 c) 7
d) 9 e) 11

5. En un triángulo rectángulo ABC recto en B se cumple

$$2 \operatorname{tg} A = \csc C.$$

Calcular: $\operatorname{sen} A$

- a) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$



6. En un triángulo rectángulo ABC recto en B se verifica que $8\operatorname{sen}A\operatorname{sen}C = 1$.

Calcular: $E = \operatorname{tg}A + \operatorname{tg}C$

- a) 4 b) 6 c) 8
d) 2 e) 10

7. En un triángulo ABC recto en C se tiene que $a + c = 2$.

Calcular: $E = \frac{\csc B - \operatorname{ctg} B}{b}$

- a) 1 b) 2 c) $1/2$
d) $1/4$ e) 4

8. En un triángulo ABC ($AB = AC$) se sabe que $\operatorname{tg}B = \frac{24}{7}$

si el lado desigual mide 42 cm calcular el perímetro de dicho triángulo.

- a) 162 b) 152 c) 172
d) 182 e) 192

9. En un triángulo rectángulo, la cotangente de uno de sus ángulos agudos es 0,75 calcular la hipotenusa, si el área de dicho triángulo es 24 unidades cuadradas.

- a) 54 b) 10 c) 15
d) 20 e) 25

10. Del gráfico hallar: $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\theta$

- a) 2
b) $1/2$
c) $1/4$
d) 4
e) $\sqrt{2}$

