FASE F

MATEMATIKA

E-LKPD

FUNGSI KOMPOSISI

Kelompok :

Anggota :

1.

2.

3.

4.

5.

6.

Kelas

XI

SMA

LIVEWORKSHEETS



Capaian Pembelajaran

Di akhir fase F, peserta didik dapat menentukan fungsi invers, komposisi fungsi, dan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (linear, kuadrat, eksponensial).

Tujuan Pembelajaran

11.5 menganalisis sifat-sifat fungsi komposisi secara terbatas dalam bentuk soal kontekstual;
11.6 membuat model matematika berkaitan dengan komposisi fungsi dalam kehidupan sehari-hari dan menyelesaikannya secara logis;

Pertanyaan Pemantik

Pada pembuatan Kain Besurek, kain dasar diberi motif terlebih dahulu, kemudian diwarnai. Jika urutan kedua proses tersebut dibalik, apakah hasil akhirnya akan sama? Bagaimana kita dapat menentukan dan membuktikannya menggunakan komposisi fungsi?

Petunjuk Penggunaan

- Bacalah setiap cerita dengan teliti.
- Perhatikan urutan proses dalam setiap masalah.
- Ingat bahwa hasil dari proses pertama menjadi masukan bagi proses kedua.
- Diskusikan setiap langkah bersama anggota kelompok.
- Masukkan jawaban dengan cara mengetik jawaban pada bagian kosong yang telah disediakan dalam E-LKPD.
- Pastikan jawaban diisikan pada kolom yang tepat sesuai petunjuk setiap soal.
- Periksa kembali jawaban yang telah diinput agar tidak terdapat kolom jawaban yang terlewat atau kesalahan penulisan.
- Setiap anggota kelompok harus memahami penyelesaian karena siapa pun dapat diminta menjelaskan.
- Gunakan bahasa sehari-hari terlebih dahulu jika lebih mudah, kemudian tuliskan dalam bahasa matematika.
- Lakukan self-check sebelum mengumpulkan E-LKPD.
- Hargai perbedaan cara berpikir, bahasa, logat, dan pendapat teman.

LIVEWORKSHEETS

MATERI PENGUATAN

Konsep Fungsi Komposisi

A. KONSEP FUNGSI KOMPOSISI

Fungsi komposisi adalah fungsi baru yang diperoleh dengan menggabungkan dua fungsi atau lebih secara berurutan.
Jika $f : A \to B$ dan $g : B \to C$, maka komposisi g dengan f ditulis:
$(g \circ f)(x) = g(f(x))$
Artinya, x diproses terlebih dahulu oleh fungsi f. Hasil f(x) kemudian menjadi input bagi fungsi g.
$x \to f \to f(x) \to g(f(x))$

B. LANGKAH MENENTUKAN KOMPOSISI

Contoh: Diketahui $f(x) = 2x + 1$ dan $g(x) = x^2$. Tentukan $(g \circ f)(x)$.
Langkah 1: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$
Langkah 2: $g(f(x)) = (2x + 1)^2$
Langkah 3: $(g \circ f)(x) = 4x^2 + 4x + 1$

Jadi, untuk menentukan $g \circ f$, masukkan f(x) ke dalam fungsi g.

C. KOMPOSISI DENGAN URUTAN BERBEDA

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$
Dengan contoh di atas: $f(g(x)) = f(x^2) = 2x^2 + 1$.
Perhatikan bahwa hasilnya berbeda. Jadi, pada umumnya $(g \circ f)(x) \neq (f \circ g)(x)$.

Memodelkan cerita kontekstual

Dalam soal kontekstual, informasi yang diberikan perlu diubah terlebih dahulu menjadi aturan fungsi. Perhatikan banyaknya proses yang terjadi dalam situasi tersebut.

Jika terdapat satu fungsi

Jika suatu situasi hanya memiliki satu proses, maka situasi tersebut dapat dimodelkan dengan satu aturan fungsi.

- Tentukan nilai awal atau masukan sebagai x.
- Tentukan proses yang terjadi pada x.
- Nyatakan hasil dari proses tersebut sebagai f(x).
- Bentuk fungsi dituliskan sebagai: $\boxed{x \xrightarrow{f} f(x)}$
- Jadi, jika hanya terdapat satu proses, model matematikanya cukup berupa: $\boxed{f(x)}$

Jika terdapat dua fungsi

Jika suatu situasi memiliki dua proses yang dilakukan secara berurutan, maka setiap proses dimodelkan dengan fungsi yang berbeda.
Tentukan nilai awal sebagai x .
Proses pertama dimodelkan dengan fungsi f, sehingga menghasilkan f(x).
Hasil f(x) menjadi masukan untuk proses kedua.
Proses kedua dimodelkan dengan fungsi g.
Hasil akhirnya dituliskan sebagai g(f(x))
Alurnya: $\boxed{x \xrightarrow{f} f(x) \xrightarrow{g} g(f(x))}$
Sehingga bentuk fungsi komposisinya adalah: $\boxed{(g \circ f)(x) = g(f(x))}$

LIVEWORKSHEETS

Orientasi Peserta Didik pada Masalah (±10 Menit)

Bengkulu memiliki beragam budaya yang diwariskan dari generasi ke generasi. Dalam pelaksanaannya, berbagai kegiatan budaya memiliki tahapan yang dilakukan secara berurutan. Menariknya, perubahan urutan suatu proses dapat memengaruhi hasil akhirnya.

Hari ini, kalian diminta menjadi "Tim Penyelidik Proses Budaya Bengkulu". Kalian akan mengamati tiga kegiatan, yaitu Kain Besurek, pendap, dan Tari Andun.

Kasus 1 – Kain Besurek



Kain Besurek merupakan kain batik khas Bengkulu yang terkenal dengan motif kaligrafi dan bunga Raflesia. Sebuah rumah produksi Kain Besurek di Bengkulu menghitung total biaya pembuatan kain berdasarkan jumlah kain dasar (x lembar) melalui dua tahap utama:

Tahap I (Pemberian Motif):

Setiap lembar kain dasar membutuhkan bahan lilin/malam dan jasa menggambar sebesar Rp50.000,00 per lembar. Selain itu, ada biaya operasional tetap cetak motif sebesar Rp100.000,00 untuk sekali proses produksi.

Tahap II (Pewarnaan & Finishing):

Setelah motif selesai, kain diwarnai dan dibilas (nglorot). Biaya tahap ini dihitung dari total biaya Tahap I ditambah biaya bahan pewarna alami sebesar Rp150.000,00.

(Petunjuk: Bentuk fungsi linear dinyatakan dengan $f(x) = ax + b$).

Berdasarkan cerita di atas, jawablah pertanyaan berikut:

1. Tentukan rumus fungsi $f(x)$ yang menyatakan biaya kain setelah diberi motif!
2. Tentukan rumus fungsi $g(x)$ yang menyatakan biaya kain setelah proses pewarnaan!
3. Tentukan bentuk fungsi komposisi $(g \circ f)(x)$!
4. Tentukan total biaya yang dikeluarkan untuk pembuatan 20 lembar kain!

LIVEWORKSHEETS

Orientasi Peserta Didik pada Masalah (±10 Menit)

Kasus 2 – Pendap



Pendap merupakan salah satu makanan khas Bengkulu yang dalam proses penyajiannya memerlukan beberapa tahapan. Dalam sebuah kegiatan bazar budaya, panitia menyiapkan paket bahan pendap.

Tahap pertama adalah menyiapkan bahan, yang dinyatakan dengan fungsi $f(x) = x + 5$
Kemudian bahan yang telah disiapkan dikemas, yang dinyatakan dengan fungsi $g(x) = 2x$,
dengan x menyatakan banyak paket bahan.

Panitia memiliki 25 paket bahan awal.

- Tentukan bentuk $(g \circ f)(x)$
- Tentukan nilai $(g \circ f)(25)$
- Tentukan bentuk $(f \circ g)(x)$
- Tentukan nilai $(f \circ g)(25)$
- Bandingkan $(g \circ f)(25)$ dan $(f \circ g)(25)$
- Apakah hasilnya sama? Apa yang dapat kalian simpulkan tentang urutan dalam komposisi fungsi?

LIVEWORKSHEETS

Orientasi Peserta Didik pada Masalah (±10 Menit)

Kasus 3 – Tari Andun



Tari Andun merupakan salah satu kesenian tradisional Bengkulu yang ditampilkan secara berpasangan pada perayaan adat. Sebuah sanggar seni di Bengkulu sedang memperhitung anggaran biaya yang dibutuhkan (dalam ribuan rupiah) berdasarkan jumlah penari utama perempuan yang mendaftar awal (x orang).

Proses persiapan dilakukan melalui tiga tahap berurutan:

1. Tahap I (Pendaftaran Penari Perempuan - f): Jumlah pendaftar awal (x orang) bertambah 5 orang pendaftar susulan.
2. Tahap II (Pencarian Pasangan - g): Karena ditarikan berpasangan (1 laki-laki dan 1 perempuan), total penari menjadi 2 kali lipat dari jumlah penari perempuan pada Tahap I.
3. Tahap III (Biaya Kostum & Sewa Alat Musik - h): Setiap penari membutuhkan biaya sewa kostum Rp30.000,00 per orang, ditambah biaya sewa alat musik tetap sebesar Rp50.000,00.
   (Petunjuk: Nyatakan perhitungan biaya dalam ribuan rupiah).

Pertanyaan:

1. Tentukan rumus fungsi f(x), g(x), dan h(x)!
2. Tentukan bentuk fungsi komposisi $((h \circ g) \circ f)(x)$ dan $(h \circ (g \circ f))(x)$! Apakah keduanya menghasilkan bentuk yang sama?
3. Jika pendaftar awal penari perempuan adalah 20 orang ($x = 20$), tentukan total biaya yang dikeluarkan!
4. Jika total biaya yang dikeluarkan sanggar adalah Rp1.850.000,00 (bernilai 1.850 dalam ribuan), tentukan berapa jumlah pendaftar awal penari perempuan (x)!

LIVEWORKSHEETS

Mengorganisasikan Peserta Didik untuk Belajar (±10 Menit)



Bentuklah kelompok yang terdiri dari 4–5 orang. Bagilah peran dalam kelompok secara adil, tuliskan nama untuk masing-masing peran di tabel berikut.

Peran	Nama Siswa
Pencatat	
Penghitung	
Pengecek	
Juru bicara	

LIVEWORKSHEETS

Membimbing Penyelidikan Individu dan Kelompok (±25 Menit)

🟩 MASALAH 1 – Biaya Produksi Kain Besurek

Dalam proses pembuatan Kain Besurek di Bengkulu, biaya produksi dihitung melalui dua tahap berurutan: pemberian motif dan pewarnaan.
Misalkan:
x = banyak kain dasar (lembar).
$f(x)$ = biaya produksi setelah tahap pemberian motif (dalam rupiah)
$g(x)$ = total biaya produksi setelah tahap pewarnaan (dalam rupiah)

Sebuah rumah produksi menetapkan bahwa setiap lembar kain membutuhkan biaya motif Rp50.000,00 dengan biaya operasional tetap Rp100.000,00, serta biaya tambahan pewarnaan sebesar Rp150.000,00 dari total biaya tahap pertama.
Jika pengrajin akan membuat 20 lembar kain dasar, tentukan total biaya produksi setelah melalui kedua proses tersebut.

Ayo Selidiki!

1. Temukan informasi dari masalah.

Informasi	Hasil Temuan
Banyak kain dasar (x)	20
Biaya variabel Tahap I (per lembar)	50.000
Biaya tetap Tahap I	10.000
Biaya tambahan Tahap II	.....
Yang ditanyakan	

2. Pemodelan rumus fungsi f(x) dan g(x)
Berdasarkan informasi yang telah kalian temukan, tentukan rumus matematika untuk masing-masing tahap:

Fungsi Tahap I:
Setiap lembar membutuhkan biaya Rp50.000,00 dan terdapat biaya tetap Rp100.000,00. *(Gunakan bentuk $f(x) = ax + b$)*
Rumus fungsi $f(x)$:
$f(x) = 50.000x + 100.000$.

Fungsi Tahap II:
Biaya pewarnaan menambahkan 150.000,00 dari total biaya tahap pertama (x).
Rumus fungsi $g(x)$:
$g(x) = x +$ .....

LIVEWORKSHEETS

Membimbing Penyelidikan Individu dan Kelompok (±25 Menit)

🟩 MASALAH 1 – Biaya Produksi Kain Besurek

3. Perhatikan Urutan Proses Perhitungan Biaya

Lengkapi alur proses perhitungan biaya berikut.

x kain dasar → Biaya Tahap I $f(x)$ = ... x + 100.000

→ Biaya Tahap II $g(x) = x +$ .....

Menurut kelompokmu, fungsi mana yang harus dihitung terlebih dahulu? Mengapa?

Jawab:

Fungsi f harus dihitung terlebih dahulu karena biaya pada tahap pewarnaan fungsi ..... dihitung dari total biaya yang sudah dikeluarkan pada tahap pemberian motif.

4. Tentukan komposisi fungsi.

Karena biaya Tahap I (f) dihitung terlebih dahulu, kemudian dilanjutkan dengan perhitungan biaya Tahap II (g), maka fungsi komposisinya adalah:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Lengkapi langkah-langkah menentukan rumus fungsi komposisinya:

$(g \circ f)(x) = g(f(x))$

$= g\ (50.000x + 10.000)$

$= (\ldots\ldots x + 100.000) + 150.000$

$(g \circ f)(x) = 50.000\ x +$ .....

5. Tentukan Total Pengeluaran untuk 20 Lembar Kain

Substitusikan nilai $x = 20$ ke dalam rumus fungsi komposisi $(g \circ f)(x)$ yang telah kalian temukan:

$(g \circ f)(x) = 50.000\ x +$ .....

$(g \circ f)(20) = 50.000\ (20) +$ .....

= ..... + ...

= .....

6. Interpretasikan Hasilnya

Jadi, total biaya produksi yang harus dikeluarkan oleh rumah produksi untuk membuat 20 lembar Kain Besurek dari tahap pemberian motif hingga pewarnaan adalah sebesar

Rp .....

LIVEWORKSHEETS

Membimbing Penyelidikan Individu dan Kelompok (±25 Menit)

MASALAH 2 – Pendap

Dalam menyiapkan pendap, bahan-bahan terlebih dahulu disiapkan. Setelah bahan siap, bahan tersebut kemudian dikemas menjadi paket.
Misalkan:

- x = banyak paket bahan yang tersedia.
- $f(x) = x + 5$ menyatakan banyak bahan setelah proses persiapan.
- $g(x) = 2x$ menyatakan banyak bahan setelah proses pengemasan.

Jika tersedia 25 paket bahan, tentukan hasil jika proses dilakukan dengan urutan persiapan kemudian pengemasan, dan bandingkan dengan urutan sebaliknya.

Ayo Selidiki!

1. Temukan Informasi dari Permasalahan

Pertanyaan	Jawaban
Apa yang menjadi input?	Banyak paket bahan awal yang tersedia (25 paket)
Apa proses pertama dalam konteks pendap?	Persiapan bahan (ditambah ..... paket bahan)
Apa fungsi proses pertama?	$f(x) = x +$ .....
Apa proses kedua?	Pengemasan bahan (dikemas menjadi ..... porsi/paket)
Apa fungsi proses kedua?	$g(x) =$ .....
Berapa banyak paket bahan?	..... paket bahan ($x =$ .....)
Apa yang harus dibandingkan?	Hasil dari urutan $(g \circ f)(25)$ dan .....

2. Susun kedua kemungkinan urutan proses.
Urutan pertama: Persiapan → Pengemasan
paket bahan → proses f →(x + ...)→ proses g → 2 (.....)
Urutan kedua: Pengemasan → Persiapan
paket bahan → proses g → 2(.....) → proses f → (2..... + ...)

3. Tentukan komposisi fungsi untuk urutan pertama.
Karena proses f dilakukan terlebih dahulu kemudian g, maka:
$(g \circ f)(x) = g(f(x))$
$(g \circ f)(x) =$ g (.....) = ... (.....) = ... x + ...
Kemudian tentukan hasilnya untuk 25 paket bahan:
$(g \circ f)(25) =$ ..... (20) + ... = ...

LIVEWORKSHEETS

Membimbing Penyelidikan Individu dan Kelompok (±25 Menit)

🟨 MASALAH 2 – Pendap

4. Tentukan komposisi fungsi untuk urutan kedua.

Karena proses g dilakukan terlebih dahulu kemudian f, maka:

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$

$(f \circ g)(x) =$ ..... (2x) = ... + ...

Kemudian tentukan hasilnya untuk 25 paket bahan:

$(f \circ g)(25) =$ ..... (25) + ... = ... + ...

5. Bandingkan kedua hasil.

$(g \circ f)(25) =$ .....

$(f \circ g)(25) =$ .....

Apakah kedua hasil tersebut sama?

Jawab:

.....

Menurut kelompokmu, apakah urutan proses memengaruhi hasil? Jelaskan.

.....

.....

🟦 MASALAH 3 – Tari Andun

Dalam proses persiapan pertunjukan Tari Andun, biaya yang dikeluarkan sanggar dihitung melalui tiga tahap berurutan: pendaftaran penari perempuan, pencarian pasangan penari, serta perhitungan biaya sewa kostum dan alat musik.

Misalkan:

x = banyak pendaftar awal penari perempuan (orang).

f(x) = banyak penari perempuan setelah pendaftaran susulan.

g(x) = total seluruh penari (laki-laki dan perempuan) setelah berpasangan.

h(x) = total biaya persiapan pertunjukan Tari Andun (dalam ribuan rupiah).

Ayo Selidiki!

1. Temukan informasi penting dari masalah.

Informasi	Hasil Temuan
Input	Banyak pendaftar awal penari perempuan (x orang)
Proses pertama	Pendaftaran penari perempuan (bertambah ..... orang)
Fungsi Pertama	f(x) = x + ...
Proses Kedua	Pencarian pasangan penari (2 kali lipat penari perempuan)
Fungsi kedua	g(x) = ...x
Proses ketiga	Perhitungan biaya kostum (Rp30.000/orang) + sewa musik (Rp .....)
Fungsi etiga	h(x) = 30x+ .....
Yang dinyatakan	Total biaya persiapan untuk ..... pendaftar awal penari perempuan

LIVEWORKSHEETS

Membimbing Penyelidikan Individu dan Kelompok (±25 Menit)

MASALAH 3 – Tari Andun

2. Gambarkan alur ketiga proses.

x peserta → proses f → x +..... penari → proses g → 2 (.....)
→ proses h → .....

Mengapa urutan fungsi tersebut harus dilakukan sesuai dengan alur di atas?

Jawab:

.....

.....

3. Tentukan komposisi ketiga fungsi.

Menentukan ((h∘g)∘f)(x)

Tentukan terlebih dahulu komposisi h dengan g.

$$(h \circ g)(x) = h(g(x))$$

Lengkapi langkah berikut.

g(x) =2x

h(g(x)) =h(.....)

h(x) =30x + 50

h(g(x)) =30 (.....) + 50

=.....+.....

(h∘g)(x)=.....

Selanjutnya, masukkan hasil (h∘g)(x) ke fungsi f(x).

f(x) =x+5

$$((h \circ g) \circ f)(x) = (h \circ g)(f(x))$$

= (h∘g)(.....)

= 60(.....) + 50

((h∘g)∘f)(x) = ...

Menentukan h∘(g∘f)

Tentukan terlebih dahulu komposisi g dengan f.

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

f(x) =x+5

g(f(x)) =g (x + ...)

g(x) =2x

g(f(x)) =2(.....)

=.....+.....

(g∘f)(x)=.....

Selanjutnya, masukkan hasil (g∘f)(x) ke fungsi h(x).

h(g(f(x))) =h(.....x + ...)

h(x) =30x+50

h(g(f(x))) =30(.....)+50

=.....+.....+ 50

(h∘(g∘f))(x) =.....

LIVEWORKSHEETS

Membimbing Penyelidikan Individu dan Kelompok (±25 Menit)

Bandingkan kedua hasil

$((h \circ g) \circ f)(x)$=.....

$(h \circ (g \circ f))(x)$=.....

Apakah kedua bentuk fungsi tersebut menghasilkan bentuk yang sama?

Jawab:

.....

.....

Kesimpulan

$((h \circ g) \circ f)(x)$.....$(h \circ (g \circ f))(x)$

4. Tentukan hasil jika terdapat 20 peserta yang mendaftar.

$(h \circ g \circ f)(20)$ = ...

= .....

= .....

= .....

Jadi, total biaya yang harus dikeluarkan sanggar adalah Rp .....

5.**Menelusuri dari Total Biaya ke Jumlah Pendaftar Awal**

Diketahui total biaya yang dikeluarkan sanggar adalah Rp1.850.000,00.

Karena fungsi dinyatakan dalam ribuan rupiah, maka:

$1.850 = (h \circ g \circ f)(x)$

Gunakan fungsi komposisi yang telah diperoleh untuk menentukan nilai x.

1.850 = 60x + ...

Kurangi kedua ruas dengan .....

1.850 – ..... = 60x

..... = 60x

Tentukan nilai x

x = ...

Jadi, banyak pendaftar awal penari perempuan adalah: ..... orang

LIVEWORKSHEETS

Mengembangkan dan menyajikan hasil karya (±12 menit)

Setelah menyelesaikan penyelidikan untuk ketiga kasus di atas, selanjutnya susunlah hasil diskusi kelompokmu ke dalam bentuk karya yang menarik, lalu siapkan diri untuk mempresentasikannya dan saling memberikan tanggapan secara santun.

- Sajikan hasil penyelesaian dari ketiga konteks menggunakan media yang sesuai dengan kesepakatan kelompok (seperti tulisan bertahap, diagram alir, poster, penjelasan lisan, atau video singkat).

- Presentasikan hasil karya kelompokmu di depan kelas, serta berikan tanggapan, tanggapan balik, atau pertanyaan kepada kelompok lain secara santun.

Bentuk penyajian yang dipilih: .....

Hal yang harus ditampilkan:
aturan fungsi → komposisi → perhitungan → alasan → kesimpulan.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Tanggapan kelompok lain:
Apa yang sudah kuat?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Apa yang perlu diperbaiki?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

LIVEWORKSHEETS

Menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah (±8 menit)

Setelah mempresentasikan hasil kerja dan mendengarkan masukan dari guru serta kelompok lain, periksalah kembali jawabanmu lalu lengkapi simpulan berikut:

Tuliskan aturan umum fungsi komposisi.

.....
.....
.....

Apakah $(g \circ f)(x)$ selalu sama dengan $(f \circ g)(x)$? Mengapa?

.....
.....

Apakah perubahan urutan fungsi memengaruhi hasil akhir? Jelaskan alasannya berdasarkan hasil penyelidikanmu!

.....
.....
.....
.....

Kesimpulan

Fungsi komposisi adalah .....
.....
.....
.....

Urutan fungsi penting karena .....
.....
.....
.....
.....

LIVEWORKSHEETS