E-LKPD

Matriks Transformasi Geometri

Translasi - Refleksi - Rotasi - Dilatasi



XI SMA

NAMA :

KELAS :

LIVEWORKSHEETS

A. SELAMAT DATANG DI LAUTAN NUSANTARA



Indonesia adalah negara kepulauan terbesar di dunia, dengan lebih dari 17.000 pulau yang dihubungkan oleh laut. Sejak dahulu, laut menjadi jalur perdagangan, jalur pelayaran, dan sumber penghidupan masyarakat pesisir. Dari Selat Malaka yang menjadi salah satu jalur pelayaran tersibuk di dunia, hingga perairan timur Nusantara tempat kapal pinisi berlayar, laut adalah halaman depan bangsa kita.

Kehidupan maritim itu melibatkan banyak profesi dan benda budaya: nelayan yang melaut sebelum fajar, nakhoda yang membaca peta laut, petugas pelabuhan yang mengatur kapal bersandar, penjaga mercusuar yang menjaga lampu tetap menyala, serta awak kapal yang memantau layar radar. Semuanya bekerja dengan satu bahasa yang sama, yaitu posisi dan arah.

LIVEWORKSHEETS

B. MATEMATIKA DALAM KEHIDUPAN MARITIM

Ternyata, laut dan matematika tidak dapat dipisahkan. Dalam kegiatan sehari-hari di pelabuhan dan di atas kapal, transformasi geometri hadir tanpa disadari. Komputer navigasi kapal, layar radar, dan peta digital menyimpan posisi kapal sebagai deretan angka berbentuk matriks, lalu menggeser, mencerminkan, memutar, dan membesarkan gambar dengan operasi matriks:

- **Pelayaran dan arus laut.** Arus dan angin menggeser kapal dari posisi semula. Perpindahan seluruh kapal sejauh dan searah yang sama adalah translasi.
- **Pelabuhan dan alur pelayaran.** Pos pantau dan pelampung sering dipasang berpasangan di kedua sisi alur. Letak yang simetris terhadap alur adalah refleksi.
- **Mercusuar dan radar.** Sorot lampu mercusuar dan sapuan radar berputar mengelilingi satu titik pusat. Itulah rotasi.
- **Peta laut dan zona perairan.** Peta laut memperkecil wilayah luas dengan skala tertentu, dan zona tangkap dapat diperluas dengan perbandingan yang sama ke segala arah. Itulah dilatasi.

Melalui E-LKPD ini, kamu akan menyatakan posisi kapal dan objek laut dalam bentuk matriks, lalu menghitung bayangannya dengan persamaan matriks transformasi untuk mengambil keputusan

LIVEWORKSHEETS

C. KOMPETENSI DAN TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah menyelesaikan E-LKPD ini, peserta didik diharapkan mampu:

- Menjelaskan konsep translasi menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks translasi untuk memindahkan posisi suatu titik atau bangun geometri dan menentukan hasil translasi menggunakan operasi matriks.
- Menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan penerapan translasi berbasis matriks.
- Menjelaskan konsep refleksi sebagai pencerminan suatu objek menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks refleksi terhadap sumbu atau garis pencerminan tertentu dan menentukan bayangan titik atau bangun geometri hasil refleksi dengan operasi matriks.
- Menjelaskan konsep rotasi menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks rotasi dan menerapkan operasi matriks untuk memperoleh hasil rotasi suatu titik atau bangun geometri.
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rotasi menggunakan matriks transformasi.
- Menjelaskan konsep dilatasi berdasarkan faktor skala dengan menggunakan matriks transformasi serta menentukan matriks dilatasi untuk memperbesar atau memperkecil suatu objek geometri.
- Menganalisis perubahan ukuran objek akibat transformasi dilatasi serta menerapkan operasi matriks dalam penyelesaian masalah dilatasi.
- Menjelaskan konsep komposisi beberapa transformasi geometri menggunakan matriks serta menentukan hasil gabungan transformasi melalui perkalian matriks transformasi.
- Menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan komposisi transformasi geometri.
- Menjelaskan dan menentukan transformasi geometri menggunakan koordinat Kartesius.

LIVEWORKSHEETS

PETUNJUK PENGGUNAAN E-LKPD



Matematika tidak hanya dipelajari melalui angka dan rumus, tetapi juga dapat ditemukan di pelabuhan, di atas kapal, dan di tepi pantai. Pada E-LKPD ini kamu akan belajar matriks transformasi geometri melalui empat aktivitas bertema maritim. Agar belajarmu lebih terarah, ikuti langkah-langkah berikut.

Langkah Pengerjaan

1. Membaca konteks maritim pada setiap aktivitas dengan seksama.
2. Menuliskan posisi awal setiap titik sebagai matriks pada bidang koordinat.
3. Memilih persamaan matriks transformasi yang sesuai dengan peristiwa di laut.
4. Menghitung matriks bayangan dengan operasi penjumlahan dan perkalian matriks, lalu menggambarkannya.
5. Menjelaskan makna jawaban yang diperoleh dan mengerjakan evaluasi formatif di akhir aktivitas.

Literasi



Numerasi



Maritim



Refleksi



LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 2 – REFLEKSI (PENCERMINAN)



Konteks Maritim: Alur Pelayaran dan Pos Pantau Simetris

Pintu masuk pelabuhan biasanya berupa alur pelayaran sempit yang ditandai pelampung dan pos pantau. Agar pengawasan seimbang, pos pantau sering dipasang berpasangan di sisi kiri dan kanan alur. Alur pelayaran dapat dianggap sebagai cermin: setiap titik di satu sisi memiliki bayangan di sisi lain dengan jarak yang sama dari alur, dan garis penghubungnya tegak lurus terhadap alur.

Petugas pelabuhan memasang tiga pos pantau di A(1, 1), B(3, 2), dan C(2, 4) di sisi barat alur pelayaran berupa garis lurus $x = 4$ (1 satuan = 1 km). Untuk melengkapi pengawasan, dipasang tiga pos kembar di sisi timur alur sebagai bayangan ketiga pos tersebut oleh refleksi terhadap alur pelayaran.

Ayo Mengamati

Informasi	Pos A	Pos B	Pos C
Koordinat (x, y)	...	...	...
Jarak mendatar ke garis $x = 4$	...	...	...

LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 2 – REFLEKSI (PENCERMINAN)

Membuat Model Matriks

Untuk refleksi terhadap garis x = h, persamaan matriksnya mengandung matriks pencerminan dan translasi 2h. Karena alur pelayaran adalah x = 4, maka h = 4:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} h \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Penyelesaian

Langkah 1

Tuliskan posisi ketiga pos pantau sebagai matriks 2 × 3, lalu hitung bayangannya:

$$\begin{pmatrix} x'_A & x'_B & x'_C \\ y'_A & y'_B & y'_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

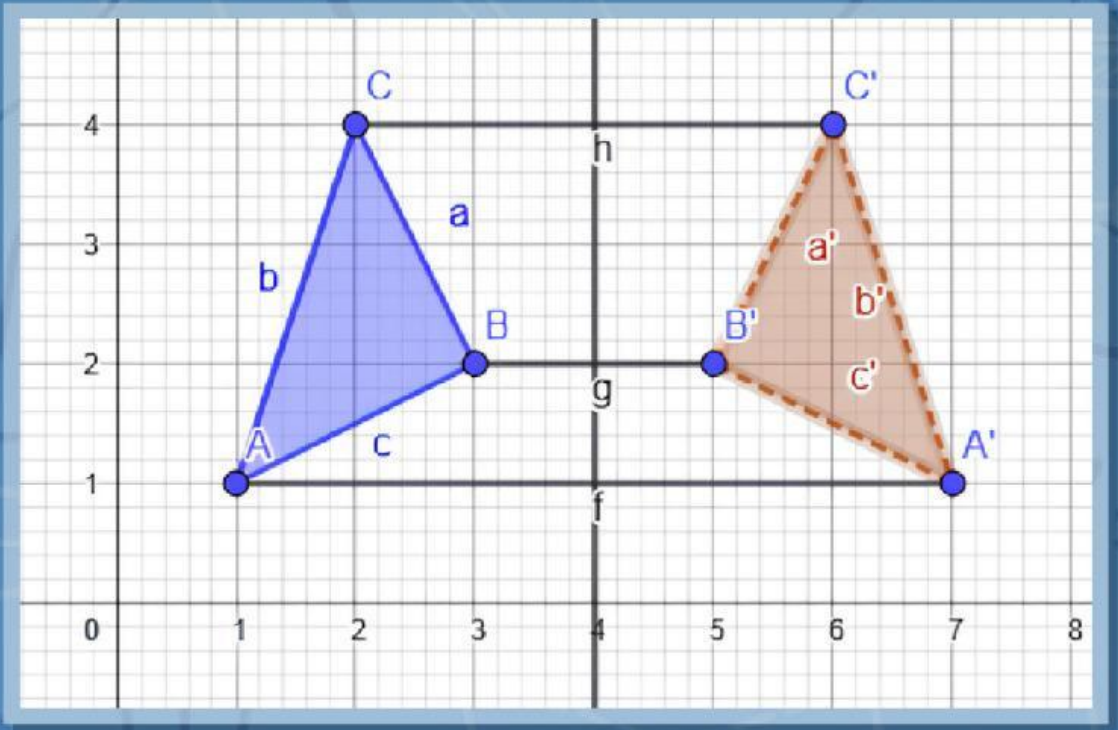
$$= \begin{pmatrix} -1 & -3 & -2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 2 – REFLEKSI (PENCERMINAN)

Langkah 2

Gambarkan kedua segitiga dan garis x = 4. Hubungkan setiap titik dengan bayangannya.



Kesimpulan

Pos kembar dipasang di A′(7, 1), B′(5, 2), dan C′(6, 4). Setiap pos dan bayangannya berjarak sama dari alur pelayaran.

LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 2 – REFLEKSI (PENCERMINAN)

Ayo Mencoba: Cermin yang Berbeda

Dengan titik yang sama, A(1, 1), B(3, 2), dan C(2, 4), hitung bayangannya dengan matriks pencerminan berikut:

Refleksi terhadap	Matriks	A'	B'	C'
sumbu-x	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$			
sumbu-y	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$			
garis y=x	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$			
garis y=-x	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$			

LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 2 – REFLEKSI (PENCERMINAN)

Ayo Berpikir

1. Mengapa jarak A ke garis alur sama dengan jarak A′ ke garis alur? Tunjukkan dengan titik tengah AA′.

2. Titik mana yang tidak berubah saat direfleksikan terhadap garis y = x? Mengapa?

LIVEWORKSHEETS

EVALUASI FORMATIF 2

Titik Labuh Kapal di Pelabuhan



Sebuah pelabuhan memiliki tiga titik labuh kapal, yaitu A(1, 3), B(4, 1), dan C(5, 5) pada peta pelabuhan (1 satuan = 1 km). Untuk merencanakan perluasan dermaga, petugas ingin mengetahui letak titik labuh jika peta pelabuhan dicerminkan, baik terhadap garis diagonal y = x maupun terhadap garis pantai y = -1.

Ayo Mengamati

Informasi	Pelampung P	Pelampung Q	Pelampung R
Koordinat (x, y)			
Letak titik (di atas/bawah/ pada garus y=x)			

LIVEWORKSHEETS

EVALUASI FORMATIF 2

Membuat Model Matriks

Refleksi terhadap garus y =x: $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Refleksi terhadap garis y = k, dengan k = ...

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

Penyelesaian

Langkah 1 Refleksi terhadap garis y = x:

$$\begin{pmatrix} x''_A & x''_B & x''_C \\ y''_A & y''_B & y''_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots \\ . & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ & \cdots & \cdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & . & . \end{pmatrix}$$

Langkah 2 Refleksi terhadap garis y= -1:

$$\begin{pmatrix} x'_A & x'_B & x'_C \\ y'_A & y'_B & y'_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix}$$

LIVEWORKSHEETS

EVALUASI FORMATIF 2

Langkah 3

Gambarkan segitiga ABC, bayangan terhadap y = x (pensil merah), dan bayangan terhadap y = -1 (pensil hijau).

Kesimpulan

Terhadap garis y = x, titik labuh berpindah ke (……, ……), (……, ……), dan (……, ……). Terhadap garis y = -1, titik labuh berpindah ke (……, ……), (……, ……), dan (……, ……).

GeoGebra

LIVEWORKSHEETS

EVALUASI FORMATIF 2

Ayo Berpikir

1. Titik labuh mana yang letaknya tidak berubah pada refleksi terhadap y = x? Jelaskan alasannya.

2. Kapal tongkang K′(4, -6) adalah bayangan K oleh refleksi terhadap sumbu-y. Tentukan koordinat K dengan matriks pencerminan.

LIVEWORKSHEETS