TALLER: ÁREA ENTRE CURVAS

Cálculo integral · Nivel universitario · Hoja de trabajo para Liveworksheets

Nombre: _____ Fecha: _____

Curso: _____ Grupo: _____

Propósito

Calcular el área de regiones limitadas por dos funciones mediante integrales definidas, identificando la función superior, la inferior y los límites de integración.

Recordatorio

Cuando se integra respecto de x: $A = \int_a^b$ [función superior − función inferior] dx.

Si el ejercicio no proporciona los límites, primero se igualan las funciones para encontrar sus puntos de intersección. El área geométrica se expresa en unidades cuadradas y debe ser positiva.

Parte I. Ejercicios sencillos — con límites dados

1. Diferencia de dos rectas. Calcula el área entre $f(x) = 2x + 4$ y $g(x) = x + 1$, en el intervalo $[0, 3]$.
a) Identifica cuál función está arriba. b) Plantea la integral. c) Calcula el área.

Desarrollo: _____

_____

Resultado: _____

2. Recta y parábola. Calcula el área entre $f(x) = 4$ y $g(x) = x^2$, en el intervalo $[-2, 2]$.
a) Identifica la función superior. b) Escribe la integral definida. c) Resuelve.

Desarrollo: _____

_____

Resultado: _____

Parte II. Nivel intermedio — con límites dados

3. Dos parábolas. Calcula el área entre $f(x) = x^2 + 2$ y $g(x) = 2x + 2$, en el intervalo $[0, 2]$.
Indica la función superior e inferior, plantea la integral y resuelve.

Desarrollo: _____

_____

_____

Resultado: _____

4. Función cuadrática y recta. Calcula el área entre $f(x) = 6 - x^2$ y $g(x) = 2$, en el intervalo $[-2, 2]$.
Indica la función superior e inferior, plantea la integral y resuelve.

Desarrollo: _____

_____

_____

Resultado: _____

LIVEWORKSHEETS

Parte III. Ejercicios sin límites dados

En estos ejercicios debes encontrar primero los puntos de intersección. Esos valores serán los límites de integración. Después, determina cuál función está arriba en la región encerrada y calcula el área.

5. Dos funciones sencillas. Encuentra el área encerrada entre $f(x) = 2x$ y $g(x) = x^2$.

1) Igualación e intersecciones: _____
2) Límites de integración: _____
3) Función superior: _____ Función inferior: _____
4) Integral planteada: _____
5) Desarrollo y resultado: _____

_____

6. Recta y parábola. Encuentra el área encerrada entre $f(x) = x + 2$ y $g(x) = x^2$.

1) Igualación e intersecciones: _____
2) Límites de integración: _____
3) Función superior: _____ Función inferior: _____
4) Integral planteada: _____
5) Desarrollo y resultado: _____

_____

7. Ejercicio de mayor dificultad. Encuentra el área encerrada entre $f(x) = 4 - x^2$ y $g(x) = x + 2$.

1) Igualación e intersecciones: _____
2) Límites de integración: _____
3) Función superior: _____ Función inferior: _____
4) Integral planteada: _____
5) Desarrollo y resultado: _____

_____

Parte IV. Interpretación y análisis

8. Explica con tus palabras por qué es necesario restar la función inferior de la superior al calcular el área entre curvas.

Respuesta: _____

_____

_____

9. Si dos curvas se intersectan en $x = -1$ y $x = 3$, ¿qué valores se utilizan como límites de integración cuando se integra respecto de x? Explica brevemente.

Respuesta: _____

_____

10. Verdadero o falso. Justifica las falsas.

a) El área geométrica entre curvas puede ser negativa. ____

b) Si no se dan los límites, pueden obtenerse igualando las funciones. ____

c) La función superior siempre es la que tiene mayor valor de y en el intervalo. ____

Fórmulas de apoyo

Situación	Planteamiento
Integración respecto de x	$A = \int_{\blacksquare\blacksquare} [f(x) - g(x)]\,dx$, si $f(x) \geq g(x)$

LIVEWORKSHEETS

Límites no dados	Resolver f(x) = g(x) para hallar las intersecciones
Verificación	El área final debe ser positiva

Nota: En este taller, "sin límites dados" significa que el enunciado no entrega los extremos del intervalo y el estudiante debe encontrarlos mediante las intersecciones. No significa integrar en un intervalo infinito.

LIVEWORKSHEETS