BAHAN AJAR MATEMATIKA

SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL (SPLTV)

KELAS X SMA

Disusun oleh:

Yoshe Farica Farah

Pendidikan Matematika

IKIP PGRI Bojonegoro

2026

LIVEWORKSHEETS

TRILEW

Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV)

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari materi ini, peserta didik diharapkan mampu:

1. Menjelaskan pengertian dan bentuk umum Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV).
2. Mengidentifikasi unsur-unsur dalam SPLTV.
3. Menyusun model matematika dari permasalahan konstektual.
4. Menyelesaikan SPLTV menggunakan mode eliminasi, substitusi, dan gabungan.
5. Memeriksa kebenaran hasil penyelesaian SPLTV.
6. Menjelaskan proses penyelesaiaan masalah SPLTV secara sistematis.

B. Pengertian Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV) merupakan Kumpulan tiga persamaan linear yang memuat tiga variable berbeda dan saling berkaitan. Penyelesaian SPLTV adalah nilai dari ketiga variable yang dapat memenuhi semua persamaan secara bersamaan.

SPLTV banyak digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang melibatkan tiga nilai yang belum diketahui. Misalnya, menentukan harga tiga jenis barang, jumlah tiga jenis benda, atau usia tiga orang berdasarkan informasi tertentu.

Agar lebih mudah memahami SPLTV, perhatikan contoh berikut.

$$x + y + z = 12$$
$$2x + y + z = 17$$
$$x + 2y + z = 16$$

Ketiga persamaan tersebut membentuk SPLTV karena memiliki tiga variable, yaitu $x, y, dan\ z$, serta setiap variable berpangkat satu.

C. Bentuk Umum SPLTV

Secara umum, bentuk Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel dapat dituliskan sebagai berikut.

$$a_1x + b_1y + c_1y = d_1$$
$$a_2x + b_2y + c_2y = d_2$$
$$a_3x + b_3y + c_3y = d_3$$

Keterangan:

- x, y, z: variabel yang belum diketahui.
- $a_1 + a_2 + a_3$: koefisien variabel x.

LIVEWORKSHEETS

- $b_1 + b_2 + b_3$: koefisien variabel y.
- $c_1 + c_2 + c_3$: koefisien variabel z.
- $d_1 + d_2 + d_3$: konstanta atau bilangan tetap.

Ciri-ciri SPLTV:

1. Memiliki tiga variabel yang berbeda.
2. Terdiri atas tiga persamaan linear.
3. Setiap variabel memiliki pangkat tertinggi satu.
4. Tidak terdapat perkalian antara dua variabel.
5. Penyelesaiannya berupa tiga nilai yang memenuhi ketiga persamaan secara bersamaan.

D. Menyusun Model Matematika dari Permasalahan Konteksual

Sebelum menyelesaikan SPLTV, kita perlu mengubah permasalahan sehari-hari menjadi bentuk persamaan matematika. Proses tersebut disebut membuat model matematika.

Contoh soal:

Di sebuah toko alat tulis, Rina membeli 1 buku, 1 pensil, dan 1 penghapus dengan harga Rp 12.000,00. Dika membeli 2 buku, 1 pensil, dan 1 penghapus dengan harga Rp 17.000,00. Sementara itu, Sinta membeli 1 buku, 2 pensil , dan 1 penghapus dengan harga Rp 16.000,00.

Buatlah model matematika berdasarkan permasalahan tersebut!

Penyelesaian:

Langkah 1. Menentukan variabel.

Misalkan:

- x = harga satu buku.
- y = harga satu pensil.
- z = harga satu penghapus.

Langkah 2. Menyusun persamaan berdasarkan informasi.

Pembelian Rina: $x + y + z = 12.000$

Pembelian Dika: $2x + y + z = 17.000$

Pembelian Sinta: $x + 2y + z = 16.000$

Jadi, model matematika dari permasalahan tersebut adalah:

LIVEWORKSHEETS

$$x + y + z = 12.000$$

$$2x + y + z = 17.000$$

$$x + 2y + z = 16.000$$

E. Metode Penyelesaian SPLTV

Terdapat tiga model yang dapat digunakan untuk menyelesaikan SPLTV, yaitu metode eliminasi, subtitusi, dan gabungan eliminasi-subtitusi.

1. Metode Eliminasi

Metode eliminasi adalah cara menyelesaikan SPLTV dengan menghilangkan salah satu variabel dari dua persamaan atau lebih sehingga diperoleh persamaan baru dengan variabel yang lebih sedikit.

Contoh soal:

Tentukan penyelesaian dari system persamaan berikut menggunakan metode eliminasi!

$$x + y + z = 12.000 \quad (1)$$

$$2x + y + z = 17.000 \quad (2)$$

$$x + 2y + z = 16.000 \quad (3)$$

Penyelesaian:

Langkah 1. Menghilangkan variabel z.

Eliminasi persamaan (1) dan (2):

$$\begin{array}{r} 2x + y + z = 17.000 \\ x + y + z = 12.000 \\ \hline x = 5.000 \end{array}$$

Diperoleh: $x = 5.000$

Langkah 2. Menghilangkan variabel z dari persamaan (1) dan (3).

$$\begin{array}{r} x + 2y + z = 16.000 \\ x + y + z = 12.000 \\ \hline y = 4.000 \end{array}$$

Diperoleh: $y = 4.000$

Langkah 3. Menentukan nilai z.

Substitusikan $x = 5.000$ dan $y = 4.000$ ke persamaan (1).

$$x + y + z = 12.000$$

$$5.000 + 4.000 + z = 12.000$$

LIVEWORKSHEETS

$$z = 12.000 - 9.000$$

$$z = 3.000$$

Jadi, diperoleh:

$$x = 5.000,\ \ y = 4.000,\ \ z = 3.000$$

Kesimpulan: penyelesaian SPLTV tersebut adalah

$$(5.000, \quad 4.000, \quad 3.000)$$

2. Metode Substitusi

Metode substitusi adalah metode penyelesaian SPLTV dengan cara mengganti salah satu variabel menggunakan bentuk persamaan yang telah diperoleh dari persamaan lainnya.

Metode ini dilakukan dengan menyatakan satu variabel dalam bentuk variabel lain, kemudian memasukkannya ke persamaan yang berbeda.

Contoh soal:

Tentukan penyelesaian dari SPLTV berikut menggunakan metode subtitusi!

$$x + y + z = 9 \quad (1)$$

$$x + y - z = 3 \quad (2)$$

$$x - y + z = 5 \quad (3)$$

Penyelesaian:

Langkah 1. Menyatakan variabel x dari persamaan (1).

$$x + y + z = 9$$

$$x = 9 - y - z$$

Langkah 2. Substitusikan ke persamaan (2).

$$x + y - z = 3$$

Ganti x dengan $9 - y - z$

$$(9 - y - z) + y - z = 3$$

$$9 - 2z = 3$$

$$-2z = -6$$

$$z = 3$$

LIVEWORKSHEETS

Langkah 3. Substitusikan ke persamaan (3).

$$x - y + z = 5$$

Ganti x dengan $9 - y - z$

$$(9 - y - z) - y + z = 5$$

$$9 - 2y = 5$$

$$-2y = -4$$

$$y = 2$$

Langkah 4. Menentukan nilai x.

Substitusikan $y = 2\ dan\ z = 3$ ke persamaan (1).

$$x + y + z = 9$$

$$x + 2 + 3 = 9$$

$$x = 4$$

Jadi, diperoleh:

$$x = 4, \qquad y = 2, \qquad z = 3$$

Pemeriksaan:

- Persamaan (1): $4 + 2 + 3 = 9$
- Persamaan (2): $4 + 2 - 3 = 3$
- Persamaan (3): $4 - 2 + 3 = 5$

Kesimpulan: penyelesaian SPLTV tersebut adalah (4, 2, 3).

3. Metode Gabungan Eliminasi dan Substitusi

   Metode gabungan merupakan metode penyelesaian SPLTV dengan mengombinasikan eliminasi dan subtitusi. Pada metode ini, eliminasi digunakan untuk memperoleh persamaan yang lebih sederhana, kemudia substitusi digunakan untuk menentukan nilai variabel lainnya.

   Metode ini sering digunakan karena dapat mempermudah penyelesaian SPLTV yang memiliki tiga variabel.

   Contoh soal:
   Tentukan penyelesaian SPLTV berikut menggunakan metode gabungan!

LIVEWORKSHEETS

$$x + y + z = 12 \quad (1)$$

$$2x + y - z = 9 \quad (2)$$

$$x + 2y + z = 17 \quad (3)$$

Penyelesaian:

Langkah 1. Eliminasi variabel z dari persamaan (1) dan (2).

Jumlahkan persamaan (1) dan (2):

$$\begin{array}{r} x + y + z = 12 \\ 2x + y - z = 9 \\ \hline 3x + 2y = 21 \end{array}$$

Diperoleh:

$$3x + 2y = 21 \quad (4)$$

Langkah 2. Eliminasi variabel z dari persamaan (1) dan (3).

Kurangkan persamaan (3) dengan persamaan (1):

$$\begin{array}{r} x + 2y + z = 17 \\ x + y + z = 12 \\ \hline y = 5 \end{array}$$

Diperoleh: $y = 5$

Langkah 3. Substitusi nilai $y = 5$ ke persamaan (4).

$$3x + 2y = 21$$

$$3x + 2(5) = 21$$

$$3x + 10 = 21$$

$$3x = 11$$

$$x = \frac{11}{3}$$

Langkah 4. Menentukan nilai z.

Substitusikan $x = \frac{11}{3}$ dan $y = 5$ ke persamaan (1).

$$x + y + z = 12$$

$$\frac{11}{3} + 5 + z = 12$$

LIVEWORKSHEETS

$$z = 12 - 5 - \frac{11}{3}$$

$$z = \frac{10}{3}$$

Jadi, diperoleh:

$$x = \frac{11}{3},\ y = 5, z = \frac{10}{3}$$

Pemeriksaan:

- Persamaan (1): $\frac{11}{3} + 5 + \frac{10}{3} = 12$
- Persamaan (2): $\frac{22}{3} + 5 - \frac{10}{3} = 9$
- Persamaan (3): $\frac{11}{3} + 10 + \frac{10}{3} = 17$

Kesimpulan: penyelesaian SPLTV tersebut adalah $\left(\frac{11}{3},\ 5,\ \frac{10}{3}\right)$.

F. Penerapan SPLTV dalam Kehidupan Sehari-hari

SPLTV tidak hanya digunakan dalam perhitungan matematika, tetapi juga dapat diterapkan untuk menyelesaikan permasalahan sehari-hari.

Beberapa contoh penerapan SPLTV antara lain:

1. Harga barang

Menentukan harga tiga jenis barang berdasarkan beberapa transaksi.

2. Transaksi jual beli

Menentukan harga buah berdasarkan kombinasi pembelian.

3. Permasalahan umur

LIVEWORKSHEETS

Menentukan umur tiga tahun orang berdasarkan hubungan usia mereka.

4. Harga tiket

Menentukan harga tiga jenis tiket berdasarkan jumlah pembelian.

G. Rangkuman

1. SPLTV merupakan system yang terdiri atas tiga persamaan linear dengan tiga variabel.
2. Bentuk umum SPLTV memuat variabel $x, y, dan\ z$.
3. Permasalahan konstektual dapat diubah menjadi model matematika berbentuk SPLTV.
4. Metode penyelesaian SPLTV terdiri atas metode eliminasi, substitusi, dan gabungan.
5. Metode eliminasi dilakukan dengan menghilangkan salah satu variabel.
6. Metode substitusi dilakukan dengan mengganti suatu variabel menggunakan bentuk persamaan lain.
7. Metode gabungan menggunakan eliminasi dan subtitusi secara bersamaan.
8. Hasil penyelesaian harus diperiksa dengan memasukkan nilai variabel ke persamaan awal.

H. Glosarium

Istilah	Pengertian
Variabel	Lambang untuk menyatakan nilai yang belum diketahui.
Koefisien	Bilangan yang mengalikan suatu variabel.
Konstanta	Bilangan tetap yang tidak memuat variabel.
Eliminasi	Proses menghilangkan salah satu variabel.
Substitusi	Proses mengganti variabel dengan bentuk atau nilai tertentu.
Model matematika	Bentuk matematika dari suatu permasalahan nyata.

I. Daftar Pustaka

Marsigit, Ali, M., Tuharto, Himmawati, & Karyati. (2008). *MATEMATIKA SMA Kelas X* (Suwardi. & K. Engkus, Eds.). Yudhistira Ghalia Indonesia.

LIVEWORKSHEETS