

E-LKPD



ROOT QUEST

Petualangan Menaklukkan
Pertidaksamaan Irasional

TUJUAN
AKHIR



 Nama:
 Kelas:
 Kelompok:

E-LKPD Matematika Berbasis RADEC
untuk Melatih Kemampuan
Metakognitif Murid

Peta Petualangan ROOT QUEST



Dapat menyelesaikan pertidaksamaan irasional melalui kegiatan membaca, menjawab, berdiskusi, menjelaskan, dan membuat soal.



1

1. Read:

baca dan pahami bekal konsep serta contoh soal.

$$\sqrt{x}$$

2

2. Answer:

kerjakan latihan mandiri dan pikirkan strategi penyelesaian.

3

3. Discuss:

diskusikan soal bersama kelompok dan periksa langkah penyelesaian.

4

4. Explain:

jelaskan hasil diskusi kelompok.

5

5. Create:

selesaikan tantangan akhir dan buat kesimpulan.

Pengingat Metakognitif



Planning:

Apa yang diketahui dan strategi apa yang akan digunakan?



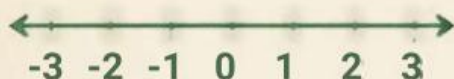
Monitoring:

Apakah langkah penyelesaian dan syarat akar sudah benar?



Evaluating:

Apakah hasil akhir sudah sesuai dengan pertidaksamaan awal?





Bekal Konsep Sebelum Memulai Petualangan



Tabel 1. Konsep Dasar

	Konsep	Isi Singkat	Contoh
1	Pengertian pertidaksamaan irasional	Pertidaksamaan yang variabelnya berada di dalam tanda akar. Tanda pertidaksamaan dapat berupa $<$, $>$, $\leq$, atau $\geq$.	$\sqrt{x-5} < 2x-11$
2	Hasil akar tidak negatif	$\sqrt{a} \geq 0$ ntuk setiap $a \geq 0$, simbol $\sqrt{9}$ bernilai 3, bukan ± 3 .	$\sqrt{9} = 3$
3	Isi akar tidak negatif	Untuk akar berindeks genap, isi akar harus ≥ 0 agar hasilnya merupakan bilangan real.	$\sqrt{x-3} \rightarrow x \geq 3$
4	Akar dan nilai mutlak	$\sqrt{x^2} = x $ bukan selalu x . Hanya sama dengan x bila $x \geq 0$	$\sqrt{-5} = 5$
5	Kuadrat dan urutan	bila $a \geq 0$ dan $b \geq 0$, maka $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$ (arah tidak berubah)	$2^2 < 3^2 \Leftrightarrow 4 < 9$



Tabel 2. Notasi Interval

Notasi	Arti	Bentuk Pertidaksamaan
$[a, b]$	a dan b termasuk	$a \leq x \leq b$
(a, b)	a dan b tidak termasuk	$a < x < b$
$[a, b)$	a termasuk, b tidak termasuk	$a \leq x < b$
$(a, b]$	a tidak termasuk, b termasuk	$a < x \leq b$
$A \cup B$	Gabungan dua interval	x berada di A atau di B



Titik penuh (●) pada garis bilangan berarti nilai termasuk.

Titik kosong (○) berarti nilai tidak termasuk.

Tanda $\leq$ dan $\geq$ menggunakan titik penuh; tanda $<$ dan $>$ menggunakan titik kosong.

Pada notasi interval, titik penuh menggunakan kurung siku ([]) dan titik kosong menggunakan kurung biasa (()).



Ingat Sebelum Melangkah!

- Menambah atau mengurangi kedua ruas dengan bilangan yang sama tidak mengubah arah tanda.
- Mengalikan atau membagi kedua ruas dengan bilangan positif tidak mengubah arah tanda.
- Mengalikan atau membagi kedua ruas dengan bilangan negatif membalik arah tanda.



Empat Langkah Menyelesaikan Pertidaksamaan Irasional



Untuk bentuk $\sqrt{f(x)} < \sqrt{g(x)}$ atau $\sqrt{f(x)} < c$ (dengan $c \geq 0$), gunakan empat langkah berikut secara berurutan:

Langkah 1	Tentukan prasyarat: isi setiap akar ≥ 0 , yaitu $f(x) \geq 0$ dan $g(x) \geq 0$. Bila ruas lain berupa bilangan c , pastikan $c \geq 0$.
Langkah 2	Kuadratkan kedua ruas untuk menghilangkan tanda akar, sehingga diperoleh pertidaksamaan aljabar biasa. Arah tanda tidak berubah.
Langkah 3	Selesaikan pertidaksamaan aljabar hasil Langkah 2 (biasanya linear atau kuadrat). Untuk bentuk kuadrat, gunakan titik kritis dan garis bilangan.
Langkah 4	Irisan dan verifikasi: iriskan hasil Langkah 3 dengan prasyarat Langkah 1, lalu uji satu atau dua titik dari himpunan penyelesaian pada pertidaksamaan semula.

Nilai x yang lolos semua langkah di atas itulah himpunan penyelesaian pertidaksamaan irasionalnya.

Cara menggunakan garis bilangan (Langkah 3)

1. Ubah ruas kanan menjadi 0, lalu cari titik kritis, yaitu nilai x yang membuat faktor sama dengan nol.
2. Letakkan titik kritis pada garis bilangan sehingga garis terbagi menjadi beberapa interval.
3. Ambil satu nilai uji di setiap interval, lalu tentukan tanda bentuknya (+ atau -).
4. Pilih interval yang sesuai tanda pertidaksamaan. Untuk $\leq$ atau $\geq$ titik kritis ikut dihitung, untuk $<$ atau $>$ tidak.



Ingat Dua Hal !!

1. Hasil akar kuadrat tidak pernah negatif, sehingga $\sqrt{(\dots)} < 0$ tidak mungkin terjadi, dan $\sqrt{(\dots)} > -4$ pasti benar selama akarnya terdefinisi.
2. Bilangan di dalam akar berpangkat genap tidak boleh negatif, karena hasilnya bukan bilangan real.



Pos 1 –

Contoh Soal Pertidaksamaan Irasional



Pertidaksamaan irasional diselesaikan dengan memperhatikan syarat isi akar, langkah aljabar, serta himpunan penyelesaian.



1

Selesaikan pertidaksamaan berikut: $\sqrt{2x+1} < 3$

Penyelesaian:



1. Tentukan Prasyarat:

$$2x+1 \geq 0$$

$$2x \geq -1$$

$$x \geq -1/2$$

2. Tentukan Prasyarat:

$$(\sqrt{2x+1})^2 < 3^2$$

$$2x+1 < 9$$

3. Selesaikan pertidaksamaan:

$$2x < 9 - 1$$

$$2x < 8$$

$$x < 4$$

4. Irisan:

$$x \geq -\frac{1}{2} \text{ dan } x < 4$$

$$\text{Jadi HP} = [-\frac{1}{2}, 4)$$

2

Selesaikan pertidaksamaan berikut: $\sqrt{x^2-7} < 3$

Penyelesaian:

1. Tentukan Prasyarat:

$$x^2 - 7 \geq 0$$

$$x^2 \geq 7$$

$$\text{Maka, } x \leq -\sqrt{7} \text{ atau } x \geq \sqrt{7}$$

Ingat, hasilnya ada dua bagian karena (x^2) bisa berasal dari bilangan negatif maupun positif.

2. Kuadratkan kedua ruas

$$x^2 - 7 < 3^2$$

$$x^2 - 7 < 9$$

$$x^2 < 16$$

3. Selesaikan

$$x^2 - 16 < 0$$

$$(x - 4)(x + 4) < 0$$

$$-4 < x < 4$$

4. Irisan

Gabungkan hasil $-4 < x < 4$ dengan prasyarat sebelumnya.

$$\text{Jadi HP} = (-4, -\sqrt{7}] \cup [\sqrt{7}, 4)$$



Note: Warna biru menunjukkan daerah penyelesaian atau arsiran pada garis bilangan.





Pos 1 -

Contoh Soal Pertidaksamaan



4

Selesaikan Pertidaksamaan berikut: $\sqrt{x^2-5x+6} \geq 0$

Penyelesaian:

1. Tentukan prasyarat akar

$$x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

$$(x - 2)(x - 3) \geq 0$$

2. Tentukan interval penyelesaian

Titik kritisnya adalah $x=2$ dan $x=3$ Karena hasil perkalian harus lebih besar atau sama dengan nol, diperoleh:

$$x \leq 2 \text{ atau } x \geq 3$$

3. Tentukan Himpunan Penyelesaian

$$(-\infty, 2] \cup [3, \infty)$$



4

Selesaikan Pertidaksamaan berikut: $\sqrt{x+2} < x+2$

Penyelesaian:

1. Tentukan prasyarat akar

$$x + 2 \geq 0$$

$$x \geq -2$$

2. Periksa ruas kanan

Karena ruas kanan $x+2$ nilainya harus

positif agar bisa dikuadratkan dengan aman:

$$x + 2 > 0 \Rightarrow x > -2$$

3. Kuadratkan kedua ruas

$$(x+2) < x+2$$

$$x + 2 < (x+2)^2$$

$$x + 2 < x^2 + 4x + 4$$

Pindahkan semua ke kanan:

$$0 < x^2 + 3x + 2$$

Faktorkan:

$$0 < (x+1)(x+2)$$

$$x < -2 \text{ atau } x > -1$$

4. Tentukan Himpunan Penyelesaian

Syarat sebelumnya $\sqrt{x+2}$, jadi hasil akhirnya:

$$x > -1$$

$$\text{Maka HP} = (-1, \infty)$$

X = ?



5

Selesaikan Pertidaksamaan berikut: $\sqrt{x^2-9} \geq \sqrt{x+3}$

Penyelesaian:

1. Tentukan :

Dari akar pertama:

$$x^2 - 9 \geq 0$$

$$x \leq -3 \text{ atau } x \geq 3$$

Dari akar kedua:

$$x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$$

$$\text{Maka, } x = -3 \text{ atau } x \geq 3$$

2. Kuadratkan

$$x^2 - 9 \geq x + 3$$

Pindahkan semuanya ke kiri:

$$x^2 - x - 12 \geq 0$$

3. Faktorkan

$$(x - 4)(x + 3) \geq 0$$

$$x \leq -3 \text{ atau } x \geq 4$$

4. Tentukan Himpunan Penyelesaian

$$\{-3\} \cup [4, \infty)$$

Irisan: $x = -3$ atau $x \geq 4$



Note: Warna biru menunjukkan daerah penyelesaian atau arsiran pada garis bilangan.



Pos 2 – Tantangan Mandiri



Baca soal dengan teliti, tentukan prasyarat, pilih strategi penyelesaian, lalu periksa kembali jawabanmu.



1

Soal 1 — Bentuk Aljabar Biasa

$$\sqrt{x+1} < x+3$$

Prasyarat

Langkah penyelesaian

Himpunan penyelesaian

Pemeriksaan jawaban

2

Soal 2 — Representasi Garis Bilangan

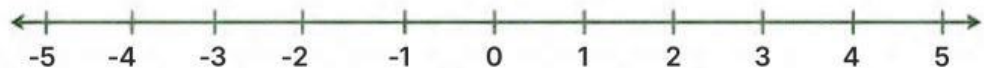
$$\sqrt{3x+3} < 3$$

Prasyarat

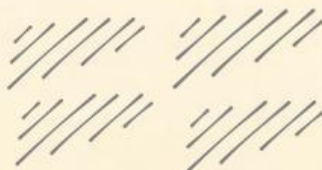
Langkah penyelesaian

Himpunan penyelesaian

Gambar garis bilangan



Pilih Untuk Garis Bilangan



Planning

Apa informasi serta syarat yang sudah diketahui sebelum menyelesaikan soal?



Pos 3

Misi Kerja Sama



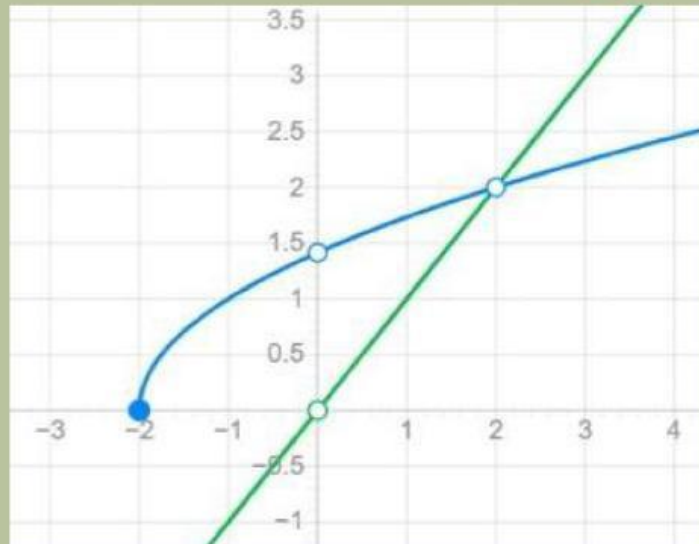
1

Menentukan Himpunan Penyelesaian dari Grafik

Perhatikan grafik $y=\sqrt{x+2}$ dan $y=x$ yang diberikan.

Pertanyaan:

1. Tentukan titik potong kedua grafik.
2. Tentukan interval x saat grafik $y=\sqrt{x+2}$ berada di atas grafik $y=x$
3. Tuliskan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $\sqrt{x+2}>x$ berdasarkan grafik.



Penyelesaian:



!! Baca Petunjuk

Baca soal dengan teliti, perhatikan grafik untuk mencari titik potong, tentukan interval posisi kurva, tulis himpunan penyelesaiannya, lalu periksa kembali jawabanmu.



Monitoring

Apakah langkah penyelesaian dan syarat akar sudah diperiksa dengan tepat?



Pos 3

Misi Kerja Sama



Baca soal dengan teliti, tentukan prasyarat, pilih strategi penyelesaian, lalu periksa kembali jawabanmu.

2

Bentuk Aljabar Biasa

$$\sqrt{x+5} < x+3$$

Prasyarat

Langkah penyelesaian

Himpunan penyelesaian

3

Representasi Garis Bilangan

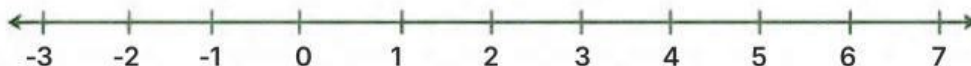
$$\sqrt{x-1} \geq 2$$

Prasyarat

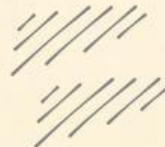
Langkah penyelesaian

Himpunan penyelesaian

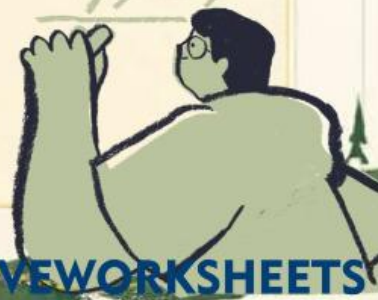
Gambar garis bilangan



Pilih Untuk Garis Bilangan



$$\begin{aligned} x+7 &= 9 \\ x &= 2 \end{aligned}$$



Pos 4 - Saatnya Menjadi Pemandu Petualangan



Pilih satu soal hasil diskusi kelompok. Perwakilan kelompok menjelaskan strategi penyelesaian, alasan setiap langkah, prasyarat yang digunakan, dan cara memeriksa hasil akhirnya.



Lalu, saat kelompok lain presentasi di depan, kamu bandingkan pekerjaan mereka dengan kelompokmu di nomor 1 untuk melihat bagian mana yang benar atau salah beserta alasannya, lalu tulis masukan di nomor 2. Terakhir, centang penilaian di bagian bawah untuk mengevaluasi penjelasan kelompokmu sendiri.

!! isikan jawaban kamu disini

1. Periksa jawaban kelompok anda dengan kelompok lain apakah sudah benar? (Iya/Tidak) sertakan alasannya

2. Tanggapan untuk kelompok yang presentasi (Berikan masukan atau catatan untuk kelompok lain.)



Evaluasi Penjelasan



1. Langkah penjelasan kelompok sudah runtut?

☐ Ya

☐ Sebagian

☐ Belum


2. Apakah alasan matematika jelas?

☐ Ya

☐ Sebagian

☐ Belum


3. Apakah kelompok lain dapat memahami hasilnya?

☐ Ya

☐ Sebagian

☐ Belum

Final Quest – Buktikan Pemahamanmu!



Mari kita aplikasikan pemahaman kelompokmu!
Selesaikan pertidaksamaan berikut!

$$\sqrt{(2x+6)} < x+3$$

Soal

$$\sqrt{(2x+6)} < x+3$$



Syarat Akar



3. Langkah-langkah penyelesaian.



4. Himpunan penyelesaian.



Evaluating

Bagaimana kamu memastikan hasil akhir sesuai dengan pertidaksamaan awal?



Kesimpulan Petualangan

Pada pembelajaran ini, kita telah mempelajari cara menyelesaikan pertidaksamaan irasional dengan menentukan prasyarat isi akar, menggunakan langkah aljabar yang sesuai, menentukan himpunan penyelesaian, serta memeriksa kembali jawaban pada pertidaksamaan awal. Kita juga belajar menyajikan penyelesaian dalam bentuk aljabar, grafik, dan garis bilangan. Melalui kegiatan membaca, menjawab, berdiskusi, menjelaskan, dan menyelesaikan tantangan, kita berlatih berpikir secara runtut, memantau langkah penyelesaian, serta mengevaluasi hasil pekerjaan.



Hebat, Petualang Matematika!

Selamat! Kamu telah menyelesaikan ROOT QUEST! Terima kasih sudah berusaha, berpikir kritis, dan bekerja sama dalam memahami pertidaksamaan irasional. Ingat, setiap kesalahan adalah kesempatan untuk belajar dan memperbaiki diri. Teruslah berlatih, jangan takut mencoba, dan yakinkan bahwa kemampuanmu akan berkembang melalui proses. Tetap semangat menjelajahi tantangan matematika berikutnya!

