

TEOREMA LINGKARAN

Sudut Keliling, Sudut Pusat, dan Segi Empat Tali Busur

Bab III Lingkaran

SMAN 1 Pronojiwo

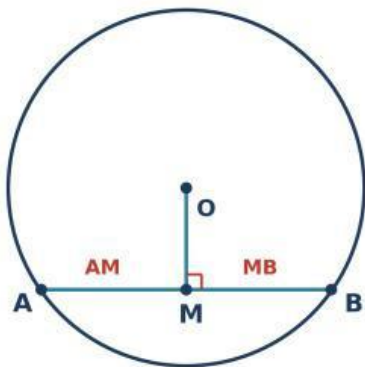
Matematika Kelas XI

Materi ini disusun berdasarkan halaman buku Matematika Kelas XI (hlm. 87-88 dst.) yang memuat Teorema 1 sampai Teorema 6 beserta contoh soal dan Latihan 3.1.

Ringkasan Teorema

Teorema	Isi Pokok	Rumus
1	Garis dari pusat yang tegak lurus tali busur membagi tali busur sama panjang	$OM \perp AB \rightarrow AM = BM$
2	Garis dari pusat ke titik tengah tali busur tegak lurus tali busur	$AM = BM \rightarrow \angle OMA = 90^\circ$
3 (Thales)	Sudut keliling yang menghadap diameter berukuran 90°	$\angle ACB = 90^\circ$
4	Sudut keliling yang menghadap busur yang sama besarnya sama	$\angle AXB = \angle AYB$
5	Sudut pusat = $2 \times$ sudut keliling yang menghadap busur yang sama	$\angle AOB = 2 \times \angle ACB$
6	Sudut yang berhadapan pada segi empat tali busur berjumlah 180°	$\angle A + \angle C = 180^\circ$ $\angle B + \angle D = 180^\circ$

Teorema 1



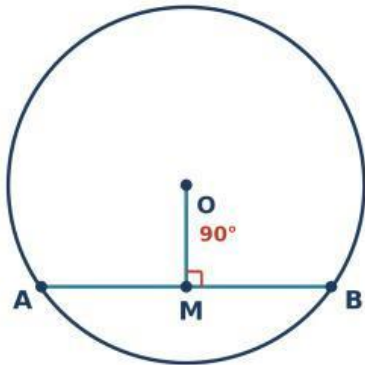
Gambar 1. Ilustrasi teorema 1

Ruas garis yang ditarik dari pusat lingkaran dan tegak lurus terhadap tali busur pasti membagi dua tali busur tersebut sama panjang.

AB adalah tali busur lingkaran yang berpusat di O. Jika OM tegak lurus AB, maka OM membagi dua AB sehingga **$AM = BM$** .

Catatan: Tali busur adalah garis lurus yang menghubungkan dua titik pada lingkaran (misalnya PQ).

Teorema 2



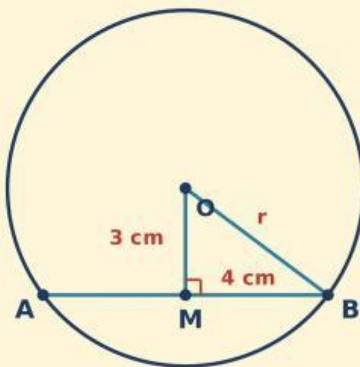
Gambar 2. Ilustrasi teorema 2

Ruas garis yang ditarik dari pusat lingkaran ke titik tengah sebuah tali busur pasti tegak lurus terhadap tali busur tersebut.

AB adalah tali busur lingkaran yang berpusat di O. Jika OM membagi dua tali busur AB sehingga M titik tengah AB, maka OM tegak lurus AB, yaitu $\angle OMA = \angle OMB = 90^\circ$.

Contoh Soal

Diketahui sebuah lingkaran dengan AB adalah tali busur dan M adalah titik tengah AB. Jika panjang AB = 8 cm dan OM = 3 cm, tentukan panjang jari-jari lingkaran!



Gambar 3. Contoh soal teorema 2

Penyelesaian:

M titik tengah AB, maka $AM = MB = 8/2 = 4$ cm.

$\angle OMB = 90^\circ$ (teorema 2), sehingga berlaku teorema Pythagoras pada segitiga OMB:

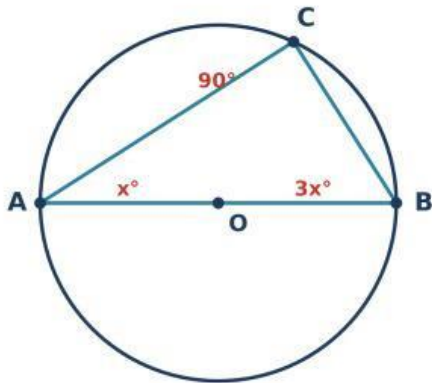
$$r^2 = OM^2 + MB^2 = 3^2 + 4^2$$

$$r = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

Jadi, panjang jari-jari lingkaran adalah 5 cm.

Catatan — Teorema Pythagoras: pada segitiga siku-siku dengan sisi miring c , berlaku $c^2 = a^2 + b^2$, $a^2 = c^2 - b^2$, dan $b^2 = c^2 - a^2$.

Teorema 3 — Teorema Thales



Gambar 4. Ilustrasi teorema 3

Sudut yang menghadap diameter lingkaran sama dengan sudut siku-siku (90°).

Jika AB adalah diameter lingkaran dan C adalah titik pada keliling lingkaran, maka $\angle ACB$ menghadap AB sehingga $\angle ACB = 90^\circ$. Teorema ini dikenal sebagai teorema Thales.

Contoh Soal

Pada gambar, AB adalah diameter lingkaran dan C titik di keliling lingkaran. Jika $\angle CAB = x^\circ$ dan $\angle CBA = 3x^\circ$, tentukan nilai x !

Penyelesaian:

$\angle ACB = 90^\circ$ (menghadap diameter)

Jumlah sudut segitiga = 180° :

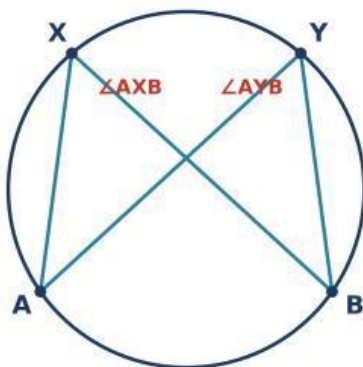
$$x^\circ + 3x^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$4x^\circ = 90^\circ$$

$$x = 22,5^\circ$$

Jadi, nilai x adalah $22,5^\circ$.

Teorema 4



Gambar 5. Ilustrasi teorema 4

Sudut-sudut keliling yang dibentuk oleh dua tali busur dan menghadap busur yang sama memiliki besar yang sama.

AB adalah busur lingkaran. Tali busur AX, BX, AY, dan BY berada pada keliling lingkaran. Keduanya menghadap busur AB, sehingga $\angle AXB = \angle AYB$.

Contoh Soal

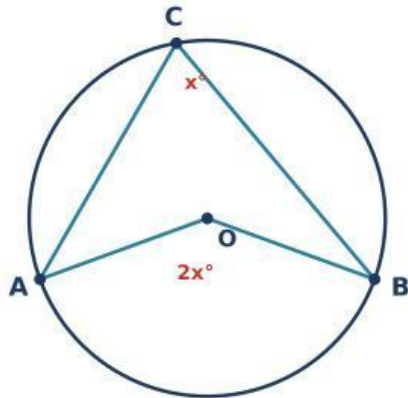
Pada lingkaran, besar $\angle ACB = 72^\circ$. Hitunglah besar $\angle ADB$!

Penyelesaian:

Menurut teorema 4, $\angle ADB$ dan $\angle ACB$ menghadap busur yang sama (busur AB):
 $\angle ADB = \angle ACB = 72^\circ$

Jadi, besar $\angle ADB$ adalah 72° .

Teorema 5



Sudut yang dibentuk oleh dua jari-jari di pusat lingkaran adalah dua kali sudut keliling lingkaran jika menghadap busur yang sama.

Sudut pusat $\angle AOB$ dan sudut keliling $\angle ACB$ menghadap busur yang sama, yaitu busur AB. Maka $\angle AOB = 2 \times \angle ACB$.

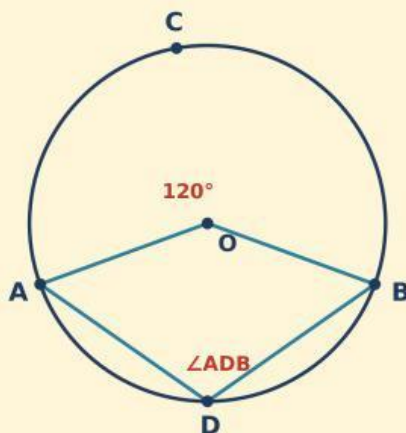
Gambar 6. Ilustrasi teorema 5

Berlaku juga untuk sudut refleks. Besar $\angle AOB$ (refleks) $= 2 \times \angle ADB$, dengan D adalah titik pada busur AB lainnya (sudut keliling yang menghadap busur yang sama dengan sudut refleks).

Catatan: Sudut refleks adalah sudut yang besarnya lebih dari 180° . Besar sudut refleks $AOB = 360^\circ - \angle AOB$.

Contoh Soal

Berdasarkan gambar, tentukan besar $\angle ADB$ jika $\angle AOB = 120^\circ$!



Gambar 7. Contoh soal teorema 5

Penyelesaian:

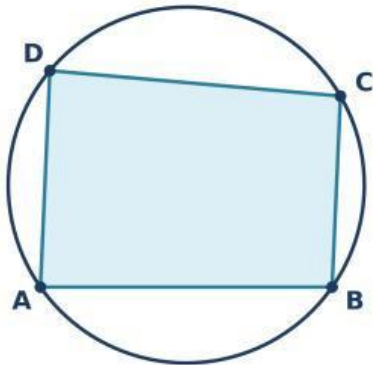
$$\angle AOB = 120^\circ$$

$$\angle AOB \text{ (refleks)} = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$$

$$\angle ADB = \frac{1}{2} \times 240^\circ = 120^\circ$$

Jadi, besar $\angle ADB$ adalah 120° .

Teorema 6 — Segi Empat Tali Busur



Gambar 8. Ilustrasi teorema 6

Sudut-sudut yang berhadapan pada segi empat tali busur berjumlah 180° .

Jika titik A, B, C, dan D terletak pada keliling lingkaran dan membentuk segi empat tali busur, maka:

$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

Contoh Soal

Jika diketahui $\angle ADC = 94^\circ$ dan $\angle BAD = 63^\circ$, tentukan besar $\angle ABC$ dan $\angle BCD$!

Penyelesaian:

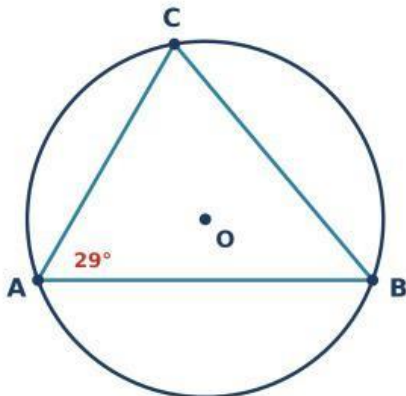
$$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ \rightarrow \angle ABC + 94^\circ = 180^\circ \rightarrow \angle ABC = 86^\circ$$

$$\angle BCD + \angle BAD = 180^\circ \rightarrow \angle BCD + 63^\circ = 180^\circ \rightarrow \angle BCD = 117^\circ$$

Jadi, besar $\angle ABC$ dan $\angle BCD$ berturut-turut adalah 86° dan 117° .

Latihan 3.1 (No. 1) dan Pembahasan

Kerjakanlah soal berikut secara perorangan!



Gambar 9. Soal Latihan 3.1 no. 1

Perhatikan gambar lingkaran di samping. Jika titik A, B, dan C berada di keliling lingkaran dan besar $\angle A = 29^\circ$, tentukan $\angle B$ dan $\angle C$!

Pembahasan:

AB melalui pusat O, sehingga AB adalah diameter.

$\angle C$ menghadap diameter AB, maka $\angle C = 90^\circ$ (teorema 3).

$$\angle B = 180^\circ - 90^\circ - 29^\circ = 61^\circ$$

Jadi, $\angle B = 61^\circ$ dan $\angle C = 90^\circ$.

Latihan Mandiri

1. AB adalah diameter lingkaran dan C titik pada keliling. Jika $\angle CAB = 2x^\circ$ dan $\angle CBA = 3x^\circ$, tentukan nilai x. (Jawab: $x = 18^\circ$)
2. Dua sudut keliling $\angle PRQ$ dan $\angle PSQ$ menghadap busur PQ. Jika $\angle PRQ = 48^\circ$, tentukan $\angle PSQ$. (Jawab: 48°)
3. Sudut pusat $\angle AOB = 110^\circ$ menghadap busur AB. Tentukan sudut keliling $\angle ACB$ yang menghadap busur yang sama. (Jawab: 55°)
4. Sudut pusat $\angle AOB = 100^\circ$. Tentukan besar sudut keliling yang menghadap busur AB lainnya (sudut refleks). (Jawab: $\frac{1}{2} \times 260^\circ = 130^\circ$)
5. Tali busur AB = 24 cm berjarak 5 cm dari pusat lingkaran. Tentukan jari-jari lingkaran. (Jawab: 13 cm)
6. Pada segi empat tali busur ABCD, $\angle A = 105^\circ$ dan $\angle B = 80^\circ$. Tentukan $\angle C$ dan $\angle D$. (Jawab: $\angle C = 75^\circ$, $\angle D = 100^\circ$)

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

TEOREMA LINGKARAN

Tali Busur · Sudut Keliling · Sudut Pusat · Segi Empat Tali Busur

SMAN 1 Pronojiwo · Matematika Kelas XI

Nama

Kelas

No. Absen

Tanggal

Petunjuk Pengerjaan

LKPD ini interaktif. Buka dengan aplikasi pembaca PDF (Adobe Acrobat, Foxit, atau peramban Chrome/Edge) lalu klik langsung pada kolom **kuning** untuk mengetik jawaban. Pilih jawaban dengan klik **lingkaran** (pilihan ganda), **kotak** (boleh lebih dari satu), atau **menu dropdown**. Setelah selesai, simpan file dan kirimkan kepada guru.

Kompetensi yang dicapai:

1. Menggunakan sifat tali busur (Teorema 1 dan 2) untuk menentukan panjang unsur lingkaran.
2. Menerapkan teorema Thales dan sudut keliling (Teorema 3 dan 4).
3. Menghitung sudut pusat dan sudut keliling (Teorema 5).
4. Menyelesaikan masalah pada segi empat tali busur (Teorema 6).

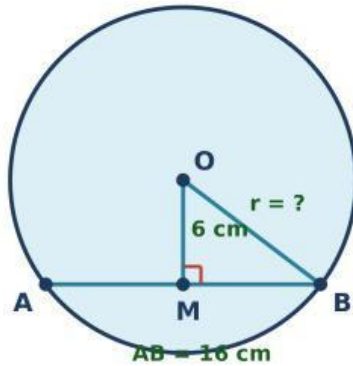
Kegiatan	Teorema	Jenis Soal
1	1 dan 2: tali busur	Isian singkat, benar/salah
2	3: teorema Thales	Isian, pilihan ganda
3	4: sudut keliling sama	Pilihan kotak centang, isian
4	5: sudut pusat	Isian, pilihan ganda
5	6: segi empat tali busur	Persamaan, tabel isian, pilihan ganda
6	Gabungan teorema 1-6	Menjodohkan, temukan kesalahan, soal cerita, refleksi

Ingat! Tuliskan jawaban berupa angka saja (tanpa satuan) pada kolom isian. Satuan sudah tertera di sebelah kolom.

1

Tali Busur dan Garis dari Pusat

Teorema 1 dan Teorema 2



Gambar 1. Lingkaran berpusat di O, AB tali busur

Teorema 1: garis dari pusat yang *tegak lurus* tali busur membagi tali busur itu sama panjang.

Teorema 2: garis dari pusat ke *titik tengah* tali busur pasti *tegak lurus* tali busur.

1.1 Perhatikan Gambar 1, OM tegak lurus AB. Tentukan panjang **AM**.

AM = cm

1.2 Segitiga OMB siku-siku di M. Gunakan teorema Pythagoras untuk menentukan **jari-jari (r)**.

MB = cm $r^2 = 6^2 + MB^2 =$ $r =$ cm

1.3 Pilih **Benar** atau **Salah** untuk setiap pernyataan.

-- pilih -- Garis dari pusat yang tegak lurus tali busur membagi tali busur menjadi dua sama panjang.

-- pilih -- Garis dari pusat ke titik tengah tali busur membentuk sudut 45° dengan tali busur.

-- pilih -- Tali busur terpanjang pada lingkaran adalah diameter.

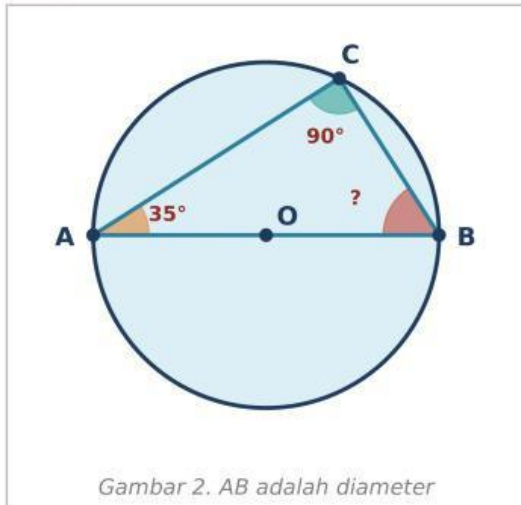
1.4 Tantangan. Tali busur PQ = 30 cm dan jari-jari lingkaran 17 cm. Berapa jarak pusat lingkaran ke tali busur PQ?

Jarak = cm

2

Teorema Thales

Sudut keliling yang menghadap diameter



Teorema 3 (Thales): sudut keliling yang menghadap diameter lingkaran besarnya 90° (sudut siku-siku).

2.1 Pada Gambar 2, AB adalah diameter. Besar $\angle ACB$ adalah ...

$\angle ACB =$ $^\circ$

2.2 Jika $\angle CAB = 35^\circ$, tentukan besar $\angle ABC$ (jumlah sudut segitiga = 180°).

$\angle ABC =$ $^\circ$

2.3 Mengapa $\angle ACB = 90^\circ$?

- ☐ **A.** $\angle ACB$ menghadap diameter AB ☐ **B.** Titik C berada di pusat lingkaran
☐ **C.** $AC = BC$ sehingga segitiga sama sisi ☐ **D.** AB adalah tali busur biasa

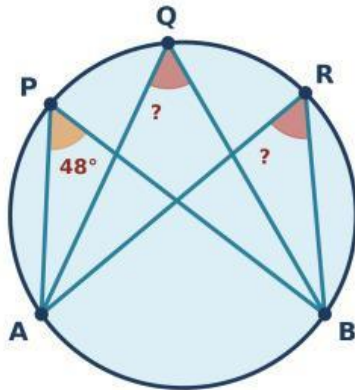
2.4 Pada lingkaran dengan diameter AB dan titik C di keliling, $\angle CAB = 2x^\circ$ dan $\angle CBA = 3x^\circ$. Tentukan nilai x dan besar $\angle CAB$.

$x =$ $\angle CAB =$ $^\circ$

3

Sudut Keliling yang Menghadap Busur Sama

Teorema 4



Gambar 3. Titik P, Q, dan R pada busur yang sama

Teorema 4: sudut-sudut keliling yang menghadap **busur yang sama** besarnya **sama**.

3.1 Pada Gambar 3, $\angle APB = 48^\circ$. Centang **semua** sudut yang besarnya sama dengan $\angle APB$.

- ☐ $\angle AQB$
- ☐ $\angle ARB$
- ☐ $\angle PAB$
- ☐ $\angle QAB$

3.2 Tentukan besar sudut berikut.

$\angle AQB =$ $^\circ$ $\angle ARB =$ $^\circ$

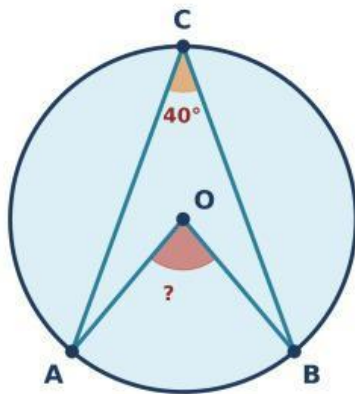
3.3 Pada gambar yang sama, $\angle APB = (3y + 6)^\circ$ dan $\angle ARB = (5y - 14)^\circ$. Tentukan nilai y dan besar $\angle APB$.

$y =$ $\angle APB =$ $^\circ$

4

Sudut Pusat dan Sudut Keliling

Teorema 5



Gambar 4. O pusat lingkaran

Teorema 5: sudut pusat besarnya **dua kali** sudut keliling yang menghadap busur yang sama.

$$\angle AOB = 2 \times \angle ACB$$

$$\text{Untuk sudut refleks: } \angle AOB (\text{refleks}) = 2 \times \angle ADB$$

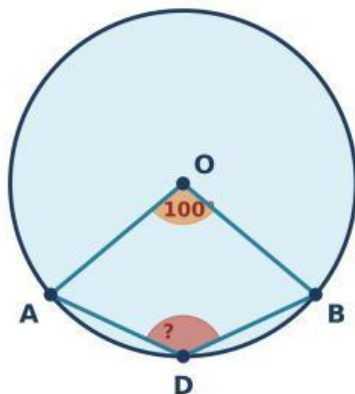
4.1 Pada Gambar 4, $\angle ACB = 40^\circ$. Tentukan besar sudut pusat $\angle AOB$.

$$\angle AOB = \boxed{}^\circ$$

4.2 Jika sudut pusat $\angle AOB = 150^\circ$, berapakah besar sudut keliling $\angle ACB$ yang menghadap busur yang sama?

$$\angle ACB = \boxed{}^\circ$$

4.3 Perhatikan Gambar 5. $\angle AOB = 100^\circ$. Tentukan sudut refleks AOB dan besar $\angle ADB$.



Gambar 5. D pada busur kecil AB

$$\angle AOB (\text{refleks}) = 360^\circ - 100^\circ = \boxed{}^\circ$$

$$\angle ADB = \frac{1}{2} \times \text{sudut refleks} = \boxed{}^\circ$$

4.4 Hubungan yang benar antara sudut pusat (SP) dan sudut keliling (SK) pada busur yang sama adalah ...

☐ A. $SP = \frac{1}{2} \times SK$

☐ B. $SP = SK$

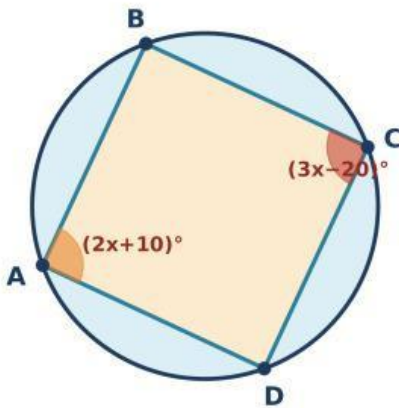
☐ C. $SP = 2 \times SK$

☐ D. $SP + SK = 180^\circ$

5

Segi Empat Tali Busur

Teorema 6



Gambar 6. ABCD segi empat tali busur

Teorema 6: sudut-sudut yang berhadapan pada segi empat tali busur berjumlah **180°**.

$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

5.1 Pada Gambar 6, $\angle A = (2x + 10)^\circ$ dan $\angle C = (3x - 20)^\circ$. Tentukan x dan besar $\angle A$.

$x =$ $\angle A =$ °

5.2 Lengkapi tabel berikut untuk segi empat tali busur ABCD.

Diketahui	Ditanya	Jawaban
$\angle A = 95^\circ$	$\angle C$	
$\angle B = 70^\circ$	$\angle D$	
$\angle D = 118^\circ$	$\angle B$	

5.3 Segi empat ABCD dapat dibuat menjadi segi empat tali busur jika ...

☐ A. $\angle A = 80^\circ$ dan $\angle C = 100^\circ$

☐ B. $\angle A = 80^\circ$ dan $\angle C = 90^\circ$

☐ C. $\angle A = 70^\circ$ dan $\angle C = 70^\circ$

☐ D. $\angle A = 120^\circ$ dan $\angle C = 50^\circ$

6

Tantangan Gabungan

Teorema 1 sampai 6

6.1 Menjodohkan. Pilih huruf pernyataan (A-F) yang sesuai dengan tiap teorema.

Teorema 1 -- pilih --

Teorema 2 -- pilih --

Teorema 3 -- pilih --

Teorema 4 -- pilih --

Teorema 5 -- pilih --

Teorema 6 -- pilih --

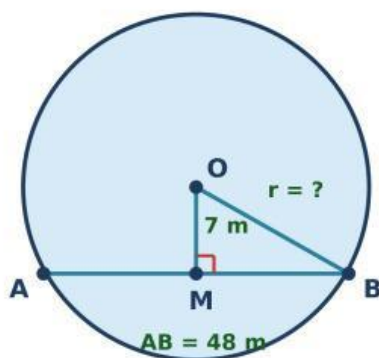
- A. Sudut pusat = $2 \times$ sudut keliling pada busur yang sama
- B. Garis dari pusat yang tegak lurus tali busur membagi tali busur sama panjang
- C. Sudut keliling yang menghadap diameter = 90°
- D. Sudut berhadapan pada segi empat tali busur berjumlah 180°
- E. Garis dari pusat ke titik tengah tali busur tegak lurus tali busur
- F. Sudut keliling yang menghadap busur sama besarnya sama

6.2 Temukan kesalahan. Dina mengerjakan: "Diketahui $\angle ACB = 30^\circ$ adalah sudut keliling yang menghadap busur AB. Maka sudut pusat $\angle AOB = 30^\circ \div 2 = 15^\circ$." Pilih pernyataan yang benar.

- ☐ A. Jawaban Dina sudah benar
- ☐ B. Seharusnya $\angle AOB = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$
- ☐ C. Seharusnya $\angle AOB = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

Jawaban yang benar: $\angle AOB =$ $^\circ$

6.3 Soal cerita. Sebuah kolam ikan berbentuk lingkaran. Tali busur AB sepanjang 48 m dan jarak pusat O ke tali busur tersebut 7 m. Tentukan jari-jari kolam. Tuliskan langkahmu!



Gambar 7. Denah kolam

Langkah pengerjaan:

Jari-jari kolam = m

6.4**Refleksi.** Centang teorema yang sudah kamu pahami.

- ☐ Teorema 1 dan 2 (tali busur)
- ☐ Teorema 3 (Thales)
- ☐ Teorema 4 (sudut keliling sama)
- ☐ Teorema 5 (sudut pusat)
- ☐ Teorema 6 (segi empat tali busur)

Tingkat pemahamanku:

Hal yang masih membingungkan / pesan untuk guru: