

LKPD



PERBANDINGAN TRIGONOMETRI

Menyelami Matematika dengan Budaya Nusantara

KELAS 10

Nama: _____



LKPD

PERBANDINGAN TRIGONOMETRI

MENYELAMI MATEMATIKA DENGAN BUDAYA NUSANTARA

KELAS 10

PETUNJUK PENGGUNAAN

- 1 Berdoalah sebelum memulai kegiatan belajar.
- 2 Baca dan pahami ringkasan materi singkat yang ada pada uraian materi dengan teliti.
- 3 Pahami setiap contoh soal dan penyelesaiannya sebelum mengerjakan soal latihan.
- 4 Kerjakan setiap soal latihan secara mandiri dan berurutan sesuai langkah kerja.
- 5 Gunakan buku referensi lain atau diskusikan dengan teman/guru jika menemukan kesulitan.

TUJUAN PEMBELAJARAN

- 1 Memahami rasio/perbandingan trigonometri (sinus, cosinus dan tangen) pada segitiga siku-siku
- 2 Menghitung rasio/perbandingan trigonometri (sinus, cosinus dan tangen) pada segitiga siku-siku
- 3 Menyelesaikan masalah menggunakan rasio/perbandingan trigonometri (sinus, cosinus dan tangen)

Uraian Materi



Jika Kalian perhatikan lingkungan sekitar kita, banyak benda atau bangunan memiliki sudut atau pojok tertentu. Bentuk-bentuk sudut dari benda di alam terbentuk dengan sendirinya, seperti sudut dahan dengan ranting, lekukan batuan, dan sebagainya. Bentuk sudut ada yang sengaja dirancang seperti penggaris berbentuk segitiga, sudut antara dua ruas jalan yang bersilangan, sudut yang terbentuk antarajarum pendek dan jarum panjang dari sebuah jam dinding, bentuk permukaan buku. Model atap rumah biasanya dibuat dengan sudut atau pojok sesuai kebutuhan. Titik sudut sebuah buku biasanya tegak lurus, sedangkan atap rumah sudutnya lebih kecil.



Ilmu ukur sudut dipelajari secara khusus dalam trigonometri yang mengkaji hubungan antara sisi dan sudut dalam suatu segitiga dan sifat-sifat serta aplikasinya dalam berbagai bidang seperti penaksiran tinggi bangunan atau pohon, jarak mendatar puncak gunung terhadap lembahnya, dan sebagainya.



Gambar 1 Rumah Adat Suku Dayak
Sumber : <https://cdn2.gnfi.net>

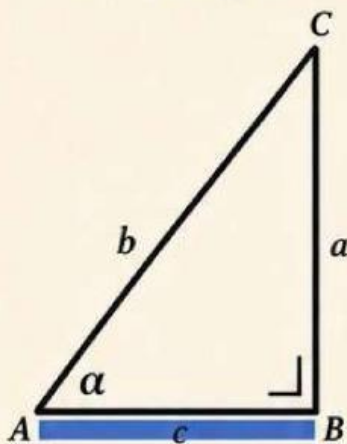


Pada peradaban kehidupan kita, kajian mengenai trigonometri sudah tercermin dari berbagai ikon kehidupan mereka. Misalnya, para arsitekturnya, sudah menerapkan kesetimbangan bangunan pada rumah adat yang mereka ciptakan, sebagai contoh rumah adat Dayak. Rumah adat tersebut berdiri kokoh sebagai hasil hubungan yang tepat antara besar sudut yang dikaitkan dengan panjang sisi-sisinya

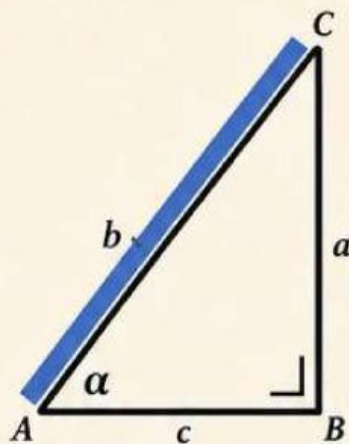


A. Konsep Dasar Segitiga Siku-Siku

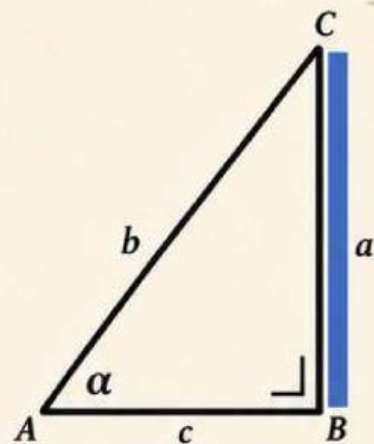
Segitiga siku-siku adalah segitiga yang memiliki satu sudut 90° . Pada gambar, sudut siku-siku terletak di titik B, sedangkan sudut yang diamati adalah sudut di titik A.



Sisi samping sudut α



Sisi miring sudut α (hipotenusa)



Sisi depan sudut α

Berdasarkan gambar dapat dilihat bahwa :

- Sisi miring (hipotenusa) adalah sisi AC (b), yaitu sisi yang berhadapan dengan sudut siku-siku
- Sisi samping sudut adalah sisi AB (c), yaitu sisi yang berdekatan dengan sudut α
- Sisi depan sudut adalah sisi BC (a), yaitu sisi yang berhadapan dengan sudut α



Ingat!

Perlu diperhatikan bahwa penentuan sisi depan dan samping bergantung pada sudut yang ditinjau. Jika sudut yang diamati berubah, maka posisi sisi depan dan samping juga ikut berubah.



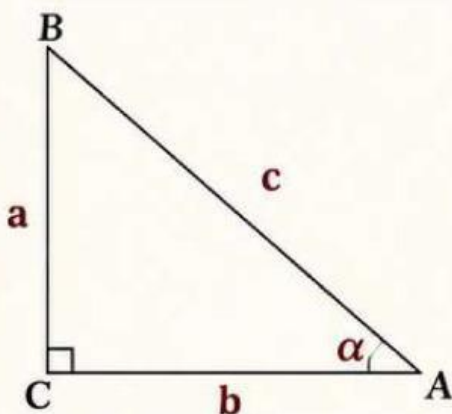
B. Perbandingan Trigonometri Pada Segitiga Siku-Siku



Perhatikan gambar. Segitiga ABC merupakan segitiga siku-siku dengan titik sudut siku-siku di C. Panjang sisi di hadapan sudut A adalah a satuan, Panjang sisi di hadapan sudut B adalah b satuan, dan Panjang sisi di hadapan sudut C adalah c satuan. Pada gambar, diketahui $\angle BAC = \alpha$ sisi $BC = a$ disebut sisi di depan sudut α , sisi $AC = b$ disebut sisi disamping sudut α dan sisi $AB = c$ disebut sisi miring (hipotenusa). Dari ketiga sisi segitiga siku-siku ABC tersebut, dapat ditentukan perbandingan-perbandingan trigonometri sebagai berikut:



Segitiga ABC Siku-Siku di C



a = sisi di depan sudut α (BC)
 b = sisi samping sudut α (AC)
 c = sisi miring / hipotenusa (AB)



Definisi : Perbandingan Trigonometri Pada Segitiga Siku-Siku

a.

$$\text{Sinus } \alpha = \frac{\text{sisi depan sudut } \alpha}{\text{sisi miring}} = \frac{a}{c}$$

b.

$$\text{Cosinus } \alpha = \frac{\text{sisi samping sudut } \alpha}{\text{sisi miring}} = \frac{b}{c}$$

c.

$$\text{Tangen } \alpha = \frac{\text{sisi depan sudut } \alpha}{\text{sisi samping sudut } \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{a}{b}$$

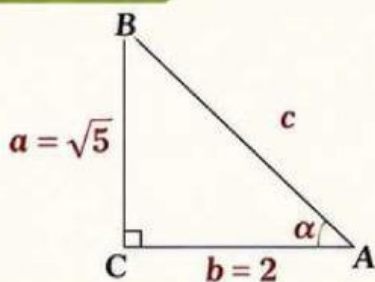


Contoh :

Diketahui segitiga ABC siku-siku di C dengan panjang sisi $a = \sqrt{5}$ satuan dan panjang sisi $b = 2$ satuan. Jika $\angle BAC = \alpha$, tentukanlah nilai ketiga perbandingan trigonometri untuk sudut α .



Jawab :



nilai c dihitung dengan menggunakan teorema Pythagoras :

$$\begin{aligned} c &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ &= \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{5 + 4} \\ &= \sqrt{9} \\ &= 3 \end{aligned}$$

Jadi, nilai perbandingan trigonometri sudut α adalah :

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{1}{3} \sqrt{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{2}{3}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{5}$$

C. Perbandingan Trigonometri Sudut-Sudut Istimewa



Sudut Istimewa adalah suatu sudut di mana nilai perbandingan trigonometrinya dapat ditentukan secara langsung tanpa menggunakan daftar trigonometri atau kalkulator.

Sudut-sudut yang dimaksud adalah sudut-sudut yang besarnya.

0°

30°

45°

60°

90°

Tabel Nilai Perbandingan Trigonometri Sudut Istimewa

	Besarnya Sudut α°				
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha^\circ$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
$\cos \alpha^\circ$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha^\circ$	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	-

Contoh :

Sebuah pohon berjarak 100 meter dari seorang pengamat yang tingginya 170 cm. Apabila pucuk pohon tersebut dilihat pengamat dengan sudut elevasi 45° , tentukanlah tinggi pohon tersebut.



Jawab :

Diketahui :

- jarak pengamat ke pohon = 100 m
- tinggi pengamat = 170 cm = 1,7 m
- sudut elevasi = 45°

Ditanya : tinggi pohon?

Penyelesaian :

Dimisalkan bahwa :

- t = tinggi pohon - tinggi pengamat
- x = jarak pengamat ke pohon



Dari segitiga siku-siku :

$$\tan 45^\circ = \frac{t}{x}$$

$$1 = \frac{t}{100}$$

$$t = 100 \times 1$$

$$t = 100$$

tinggi pohon
= t + tinggi pengamat
= $100 + 1,7$
= **101,7 m**



Jadi, tinggi pohonnya adalah **101,7 m**

D. SUDUT ELEVASI DAN SUDUT DEPRESI

Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering mendengar istilah “sudut elevasi” dan “sudut depresi”. **Sudut elevasi** adalah sudut yang dibentuk oleh arah horizontal dengan arah pandangan mata pengamat ke arah atas.

Sudut depresi adalah sudut yang dibentuk oleh arah horizontal dengan arah pandangan mata pengamat ke arah bawah.

Untuk lebih jelasnya, perhatikan gambar berikut ini!

ilustrasi gedung



Contoh :

Seorang arsitek sedang melakukan restorasi pada rumah adat Dayak (Rumah Betang). Ia ingin mengetahui tinggi atap rumah (dari tanah hingga puncak atap) untuk menentukan jumlah bahan sirap. Karena tidak dapat mengukur secara langsung, ia berdiri sejauh 10 meter dari titik tepat di bawah puncak atap. Dengan menggunakan klinometer, ia mengukur sudut elevasi sebesar 45° . Tinggi badan arsitek adalah 1,6 meter. Hitunglah tinggi atap dari posisi arsitek!

Penyelesaian :

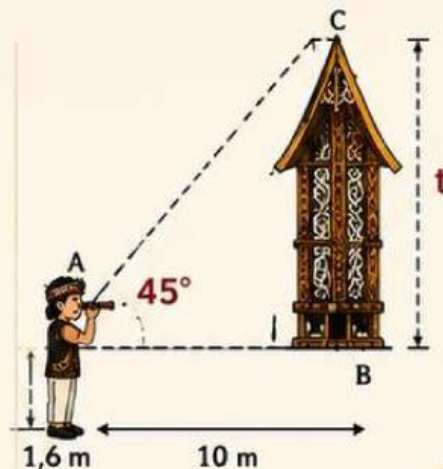
Diketahui :

- Jarak ke bangunan = 10 m
- Sudut elevasi = 45°
- Tinggi badan arsitek = 1,6 m

x = jarak horizontal (m)

t = selisih tinggi dari mata arsitek ke puncak atap (m)

T = tinggi atap dari tanah (m)



Gunakan perbandingan tangen :

$$\tan 45^\circ = \frac{t}{x}$$

$$1 = \frac{t}{10}$$

$$t = 10 \text{ m}$$

Tinggi atap dari tanah :

$$\begin{aligned} T &= t + 1,6 \\ &= 10 + 1,6 \\ &= \mathbf{11,6 \text{ m}} \end{aligned}$$

Jadi, tinggi atap rumah dari posisi arsitek adalah **11,6 m**.



Ditanya : Tinggi puncak atap rumah dari permukaan tanah?

KEGIATAN 1



Ingat!

Gunakan konsep trigonometri ($\sin, \cos, \tan$) dan Teorema Pythagoras untuk menyelesaikan permasalahan



Kerjakan soal berikut dengan teliti!

1

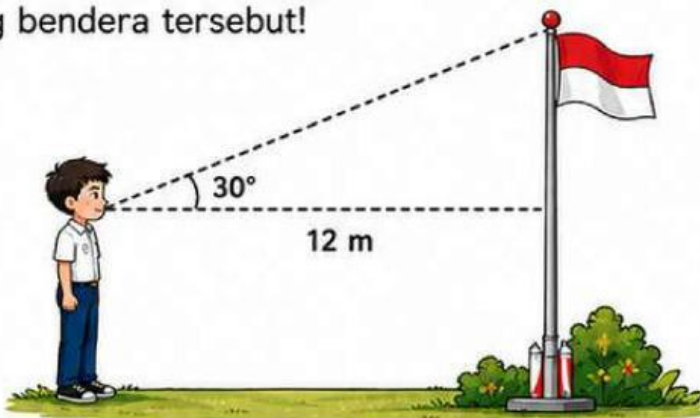
Diketahui segitiga siku-siku PQR dengan sudut siku-siku di Q. Panjang PQ = 8 cm dan QR = 6 cm. Tentukan nilai $\sin$, $\cos$, dan $\tan$ untuk sudut P!

Jawaban :

Sin P	Cos P	Tan P

2

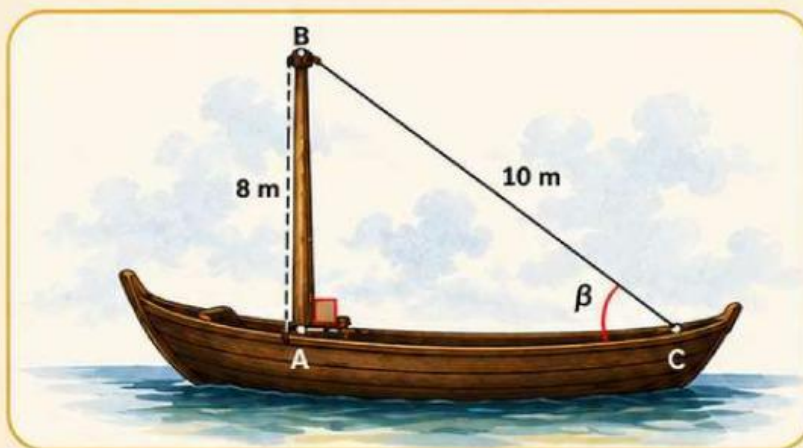
Seorang siswa berdiri sejauh 12 meter dari tiang bendera. Ia melihat ujung tiang dengan sudut elevasi 30° . Tentukan tinggi tiang bendera tersebut!



Jawaban :

3

Perahu Jukung adalah perahu tradisional khas masyarakat Banjar, Kalimantan Selatan, yang biasa digunakan untuk menangkap ikan di sungai. Perahu ini memiliki tiang layar sederhana yang terdiri tegak lurus di atas geladak. Tali penguat ditarik dari ujung atas tiang ke titik di geladak, membentuk segitiga siku-siku. Diketahui tinggi tiang layar = 8 m dan panjang tali penguat = 10 m. Sudut yang ditinjau adalah sudut β di titikambat tali pada geladak.



a.

Tentukan panjang sisi geladak (AC) menggunakan Teorema Pythagoras.

Jawab :

b.

Identifikasi sisi-sisi terhadap sudut β : sisi depan, sisi samping, dan hipotenusa.

Jawab :

c.

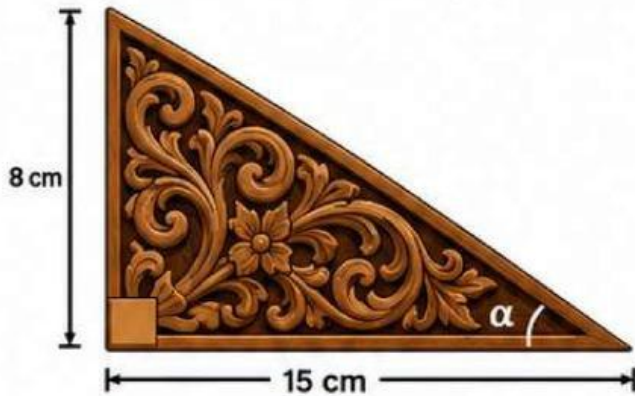
Hitung ketiga nilai perbandingan trigonometri untuk sudut β .

Jawab :

Sin β	Cos β	Tan β

4

Seniman ukir dari Malang sedang menggambar pola geometri pada sebuah panel kayu berbentuk segitiga siku-siku. Ukiran tersebut terinspirasi dari motif khas Malangan yang banyak menggunakan garis diagonal. Segitiga tersebut memiliki sisi siku-siku yang panjangnya $a = 8$ cm (sisi tegak) dan $b = 15$ cm (sisi alas), dan sudut lancip di pojok kanan bawah diberi nama α .



a. Hitunglah panjang sisi miring (hipotenusa) segitiga tersebut!

Jawab :

b. Tentukan nilai $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$!

Jawab :

$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$

c. Berapakah besar sudut α (dalam derajat, gunakan tabel trigonometri atau kalkulator)

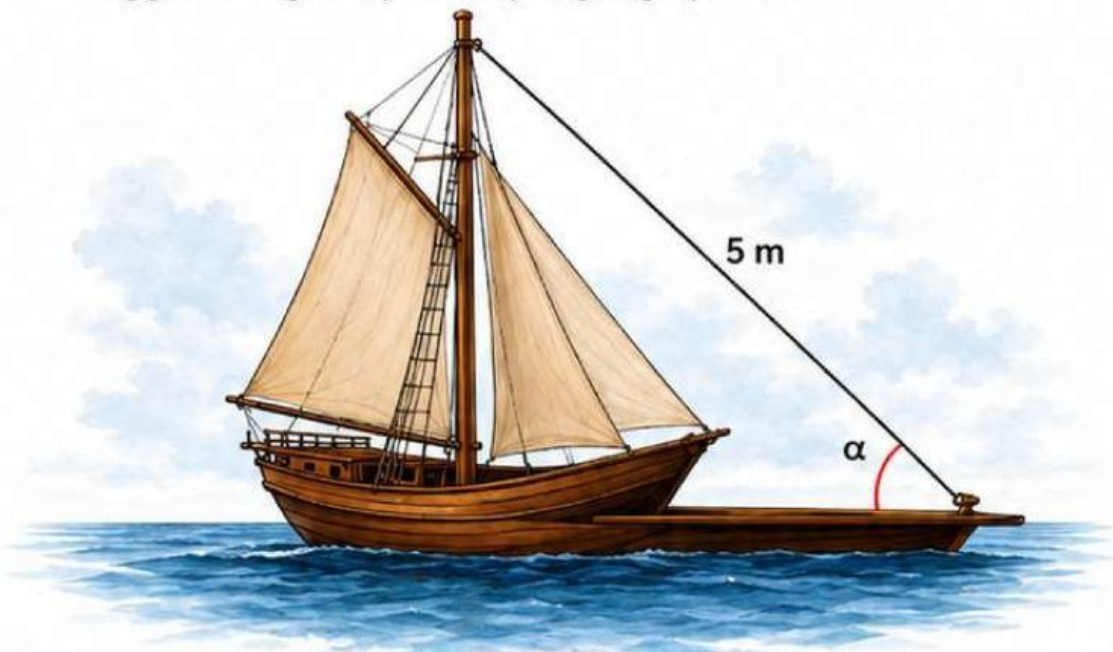
Jawab :



5

Perahu Pinisi adalah kapal layar tradisional kebanggaan suku Bugis-Makassar, Sulawesi Selatan, yang telah diakui UNESCO sebagai Warisan Budaya Tak Benda. Salah satu keindahan Pinisi terletak pada layarnya yang menjulang tinggi dengan kemiringan tiang yang diperhitungkan secara cermat oleh para panrita lopi (pengrajin perahu).

Tiang utama layar depan berdiri tegak lurus di atas geladak kapal. Tali penguat (tali benang) ditarik dari ujung atas tiang ke titik di geladak, membentuk segitiga siku-siku. Panjang tali penguat yang tersedia adalah 5 meter, dan jarak titikambat tali di geladak dari dasar tiang belum ditentukan. Para pengrajin menginginkan sudut kemiringan tali (sudut antara tali dan geladak) berada antara 50° hingga 70° agar layar tetap tegang optimal.



- a. Pilih dua nilai sudut α yang berbeda dalam rentang 50° – 70° (misalnya 55° dan 65°). Hitung jarak titikambat di geladak dan tinggi tiang yang terbentuk pada masing-masing pilihan

Jawab :

b.

Berikan rekomendasi sudut mana yang sebaiknya dipilih para pengrajin Pinisi? Sertakan pertimbangan teknis (tinggi tiang vs. panjang jarak tambat) dalam jawabanmu.

Jawab :

6

Masyarakat Suku Tengger di lereng Gunung Bromo, Malang, memiliki rumah adat dengan atap berbentuk segitiga sama kaki yang khas. Setiap bulan Kasada, warga bersama-sama memperbaiki bangunan adat tersebut sebagai bagian dari tradisi gotong royong. Pak Sarno, seorang tukang kayu adat, mendapat tugas memperbaiki sisi miring atap. Ia mengukur bahwa panjang sisi miring atap adalah 4 meter, dan sudut yang dibentuk antara sisi miring dan alas atap adalah 60° . Tiang penyangga berdiri tegak lurus dengan alas.



a. Tentukan tinggi tiang penyangga (sisi tegak segitiga) dari atap tersebut!

Jawab :



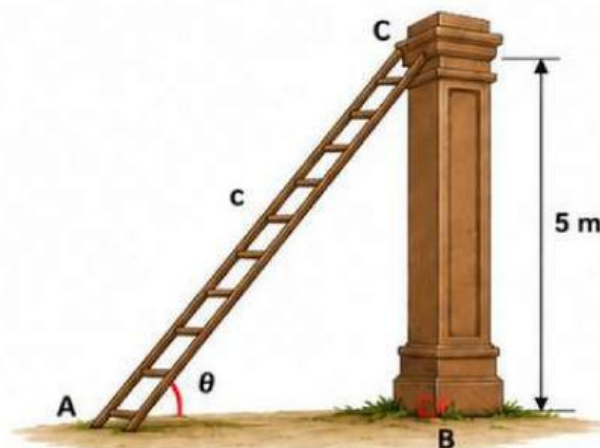
- b. Jika Pak Sarno ingin mengetahui nilai $\sin 60^\circ$, $\cos 60^\circ$, dan $\tan 60^\circ$ dari segitiga tersebut, hitunglah menggunakan perbandingan sisi kemudian bandingkan dengan nilai sudut istimewa yang sudah kamu ketahui. Apakah hasilnya sama?

Jawab :

Sin 60°	Cos 60°	Tan 60°

7

Dalam rangka mempersiapkan Upacara Karo salah satu ritual terbesar masyarakat Tengger di Desa Ngadas, Malang warga desa bergotong royong membangun gapura adat dari bambu dan kayu. Mas Ponidi dan Mas Karno ditugasi memasang tangga yang bersandar pada tiang gapura. Tangga tersebut terbuat dari bambu. Mereka hanya mencatat bahwa tinggi tiang gapura adalah 5 meter, namun belum menentukan sudut kemiringan tangga maupun panjang tangga yang akan digunakan karena hal itu bergantung pada berapa jauh pangkal tangga diletakkan dari kaki tiang. Buatlah minimal 2 skenario berbeda (pilih sendiri jarak pangkal tangga dari tiang), lalu hitung panjang tangga dan besar sudut kemiringannya (θ antara tangga dan lantai).



Jawab :

1) $\alpha =$

2) $\alpha =$

- 8** Rangkang adalah lumbung padi khas masyarakat Kuok, Riau. Untuk masuk ke dalamnya, digunakan tangga kayu yang bersandar pada tiang yang tegak lurus dengan tanah. Seorang warga mengukur tangga Ghangkiang di desanya dan memperoleh sudut yang dibentuk tangga dengan tanah adalah α dari pengukuran $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ dan $\tan \alpha = \frac{3}{4}$

Apakah laporan warga tersebut secara matematika mungkin benar? Selidiki!



Jawab :

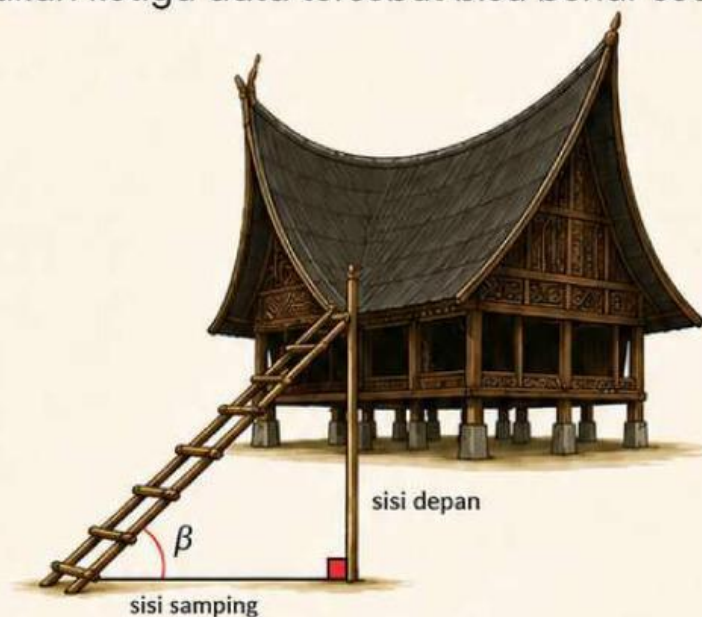
9

Rumah Adat Lontiok (Rumah Pencalang) adalah rumah tradisional masyarakat Melayu Riau yang memiliki atap melengkung khas menyerupai tanduk kerbau. Untuk masuk ke dalamnya digunakan tangga yang bersandar pada tiang penyangga yang berdiri tegak lurus dengan tanah. Seorang siswa sedang mengerjakan tugas mengukur tangga Rumah Lontiok. Ia mencatat hasil berikut:

Sudut yang dibentuk tangga dengan permukaan tanah adalah β .

Dari pengukuran diperoleh $\sin \beta = \frac{3}{5}$ dan $\cos \beta = \frac{4}{5}$, tetapi $\tan \beta = \frac{4}{3}$

Selidiki apakah ketiga data tersebut bisa benar secara bersamaan!



Jawab :