

EXPONENCIALES Y LOGARITMOS



Definición de Logaritmo y Exponencial

La función logarítmica es la inversa de la función exponencial. Por definición, para $b > 0$ y $b \neq 1$:

$$\log_b(x) = y \Leftrightarrow b^y = x$$

Casos Especiales:

- **Logaritmo Común:** Base 10. Se denota como $\log(x)$ sin especificar la base.
- **Logaritmo Natural:** Base e (Número de Euler, aprox. 2.718). Se denota como $\ln(x)$.



Leyes de los Logaritmos

Para $M > 0$ y $N > 0$, se cumplen las siguientes leyes fundamentales:

- **Regla del Producto:** $\log_b(M \cdot N) = \log_b(M) + \log_b(N)$
- **Regla del Cociente:** $\log_b(M / N) = \log_b(M) - \log_b(N)$
- **Regla de la Potencia:** $\log_b(M^p) = p \cdot \log_b(M)$



Leyes de los Exponentes

- **Producto de bases iguales:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- **Potencia de una potencia:** $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- **Exponente negativo:** $a^{-n} = 1 / a^n$ (para $a \neq 0$)



OJO CON ESTO (Errores de Procedimiento)

- **Falsa linealidad de los logaritmos:** Es incorrecto afirmar que $\log_b(x + y) = \log_b(x) + \log_b(y)$. El logaritmo de una suma no puede simplificarse.
- **Ignorar el dominio:** El argumento de un logaritmo debe ser estrictamente mayor que cero ($x > 0$). Si la resolución algebraica genera un valor de x que hace que el argumento sea negativo o cero, se trata de una solución extraña y debe descartarse.

¡A PRACTICAR!

Resolución de Exponenciales y Logaritmos

Ecuaciones Exponenciales

Iguala bases para resolver:

1) $3^{2x-1} = 27$

x =

2) $2^{x+2} \cdot 2^{x-1} = 32$

x =

3) $5^x = 125^2$

x =

4) $7^{x^2-4} = 1$

x =

5) $4^x = 8^{x-1}$

x =

6) $10^{3x} = 10000$

x =

Ecuaciones Logarítmicas

Aplica el ciclo o propiedades:

7) $\log^2(x) + \log_2(4) = 5$

x =

8) $\log(x+3) - \log(x) = 1$

x =

9) $\log_3(x^2) = 4$

x =

10) $\ln(x) = 2$

x =

11) $\log(5x) = \log(x+8)$

x =

12) $\log^5(3x-1) = 2$

x =

Crecimiento Poblacional

P1. Iguanas: $P(t) = 50 \cdot 2^t$ (t en años).
¿En cuántos años la población será de 400 iguanas?

Años:

P2. Bacterias: $B(t) = 1000 \cdot 3^t$ (t en hrs).
Si llega a 27000 bacterias, ¿cuántas horas pasaron?

Horas:

P3. Células: $C = 10 \cdot 4^t$. ¿En cuántas horas habrá 640 células?

Horas:

Economía y Decaimiento

P4. Depreciación: $V(t) = 20000 \cdot (0.5)^t$.
¿En cuántos años el valor del auto será \$2500?

Años:

P5. Inversión: $C = 100 \cdot 2^{(t/5)}$. ¿En cuántos años (t) el capital llegará a \$800?

Años:

P6. Reactivo: $R = 1000 \cdot (0.1)^t$. ¿En qué tiempo quedan 10 gramos?

Tiempo: