

ECUACIONES CUADRÁTICAS

Forma Estándar y el Discriminante

Una ecuación cuadrática o de segundo grado en una variable tiene la forma estándar $ax^2 + bx + c = 0$, donde $a \neq 0$.

La naturaleza de sus raíces está determinada por el **Discriminante** ($\Delta = b^2 - 4ac$):

- Si $\Delta > 0$: La ecuación tiene dos raíces reales y distintas.
- Si $\Delta = 0$: La ecuación tiene una raíz real doble (dos raíces iguales).
- Si $\Delta < 0$: La ecuación no tiene raíces en el conjunto de los números reales (raíces complejas conjugadas).

Métodos Analíticos de Resolución

- **Factorización (Propiedad del Producto Cero)**: Consiste en expresar el polinomio $ax^2 + bx + c$ como el producto de dos factores lineales. Si $A \cdot B = 0$, entonces $A = 0$ o $B = 0$.
- **Fórmula Cuadrática**: Derivada de completar el cuadrado, permite hallar las soluciones directas mediante la expresión:
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
- **Raíz Cuadrada (Ecuaciones Incompletas)**: Si $b = 0$, la ecuación se reduce a $ax^2 + c = 0$. Se despeja x^2 y se extrae la raíz cuadrada en ambos miembros, recordando usar $\pm$.

OJO CON ESTO (Errores de Procedimiento)

- **Evaluación incorrecta de $(-b)^2$** : Al sustituir un valor negativo en la fórmula general, el cuadrado siempre es positivo. Es un error frecuente calcular -3^2 como -9 en lugar de $(-3)^2 = 9$.
- **Omitir igualar a cero**: Para aplicar los métodos de factorización o la fórmula general, la ecuación debe estar previamente expresada en su forma estándar $ax^2 + bx + c = 0$.

¡A PRACTICAR!

Resolución de Ecuaciones y Funciones Cuadráticas

Por Factorización o Directo

Halla las dos raíces (x_1 , x_2):

1) $x^2 - 7x + 10 = 0$ $x_1 = \square$ $x_2 = \square$

2) $x^2 + 5x - 24 = 0$ $x_1 = \square$ $x_2 = \square$

3) $x^2 - 25 = 0$ $x_1 = \square$ $x_2 = \square$

4) $x^2 + 6x + 9 = 0$ $x_1 = \square$ $x_2 = \square$

5) $x^2 - x - 12 = 0$ $x_1 = \square$ $x_2 = \square$

6) $2x^2 - 18 = 0$ $x_1 = \square$ $x_2 = \square$

Fórmula General Obligatoria

Usa $x = [-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}] / 2a$

7) $2x^2 - 5x + 2 = 0$ $x_1 = \square$ $x_2 = \square$

8) $3x^2 + 5x - 2 = 0$ $x_1 = \square$ $x_2 = \square$

9) $x^2 - 4x + 1 = 0$ $x_1 = \square$ $x_2 = \square$

10) $-x^2 + 6x - 5 = 0$ $x_1 = \square$ $x_2 = \square$

11) $4x^2 - 12x + 9 = 0$ $x_1 = \square$ $x_2 = \square$

12) $5x^2 - 3x - 2 = 0$ $x_1 = \square$ $x_2 = \square$

Cálculo de Vértices

V1. Dada la función $y = -x^2 + 6x - 5$, calcula las coordenadas de su vértice.

$V_x = \square$ $V_y = \square$

V2. Determina el vértice de la parábola $y = 2x^2 - 8x + 3$.

$V_x = \square$ $V_y = \square$

V3. Encuentra el punto mínimo de la función $y = x^2 - 10x + 16$.

$V_x = \square$ $V_y = \square$

Problemas de Aplicación

P1. Ganancia: $G(x) = -x^2 + 40x - 100$.
¿Con cuántos artículos (x) maximiza la ganancia el negocio?

Artículos: $\square$

P2. Área: Un terreno rectangular tiene de largo 3m más que de ancho. Su área es $40m^2$. ($x^2 + 3x - 40 = 0$)

Ancho: $\square$ Largo: $\square$

P3. Números: El producto de dos números enteros consecutivos es 72.
¿Cuáles son si son positivos?

Menor: $\square$ Mayor: $\square$