

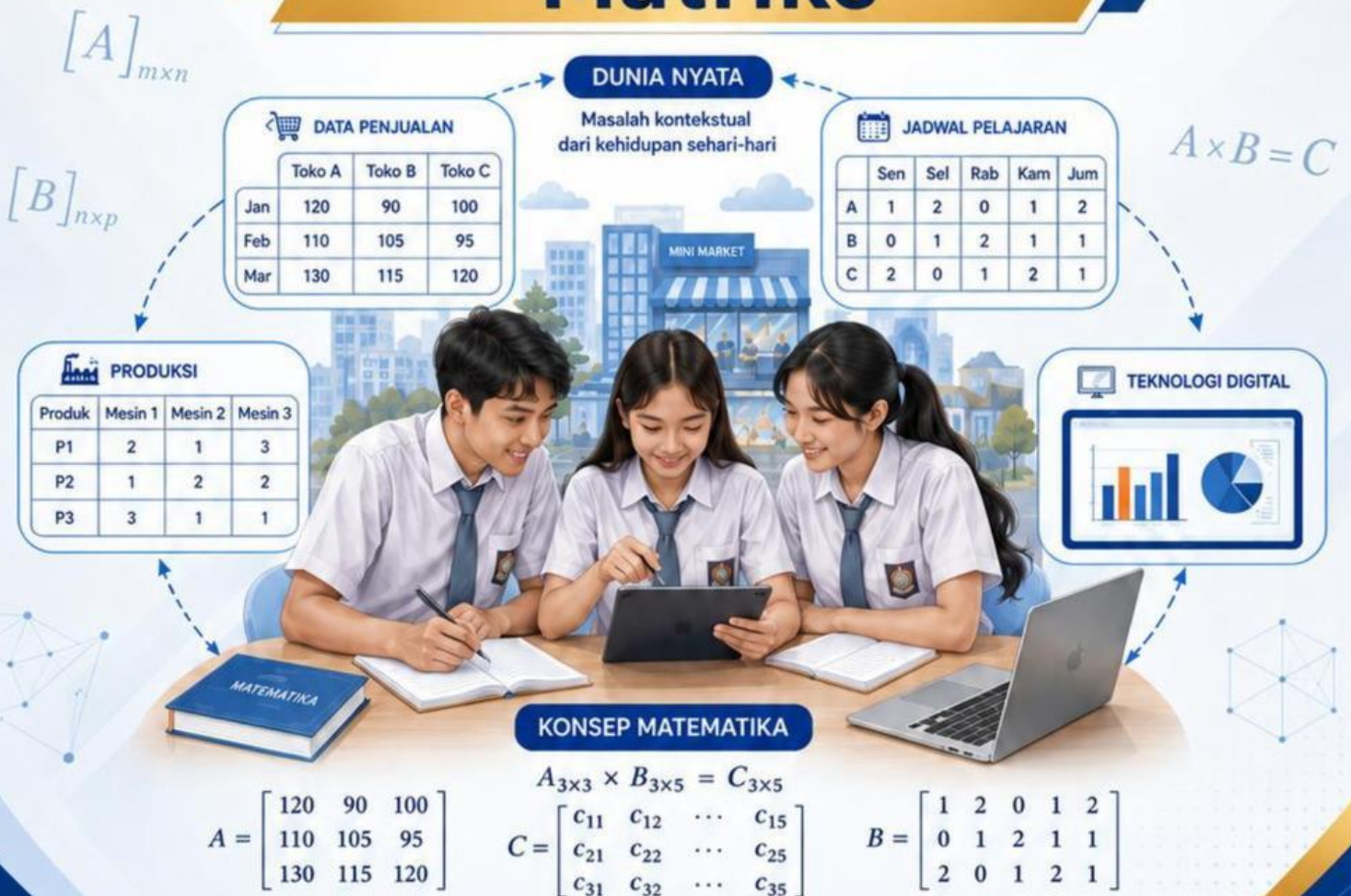


Universitas
Negeri Yogyakarta

E-LKPD MATEMATIKA

Berbasis *Realistic Mathematics Education (RME)*

Matriks



“Matematika hadir untuk memahami, memodelkan, dan menyelesaikan masalah nyata secara bermakna.”



Nama



Kelas



No. Absen



DISUSUN OLEH:
Redhita Ratna Dewi



TAHUN AJARAN:
2026/2027

LIVEWORKSHEETS

OPERASI PADA MATRIKS

a. Operasi Penjumlahan dan Pengurangan

Memahami Masalah Kontekstual



Anton menyuplai tiga orang agen untuk tiga jenis merek minum, masing-masing untuk tiga jenis produk yang berbeda. Stok agen I dan II ternyata sama persis. Hanya stok agen III yang berbeda. Sayangnya, table yang dibuat tiap agen ternyata berbeda formatnya. Berikut adalah laporan dari masing-masing agen atas barang yang tersedia.

Agen I dan II



Merek	Stok (karton)		
	Produk 1	Produk 2	Produk 3
A	20	1	15
B	3	8	2
C	5	9	10



Agen III



Stok (karton)	Merek		
	A	B	C
Produk 1	6	1	3
Produk 2	2	12	5
Produk 3	3	4	7



Misalkan stok agen I dinotasikan dengan matriks P dan stok agen III dinotasikan dengan matriks Q . Sajikan stok (seluruh produk) dengan menggunakan operasi matriks.

$\begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}$

Σ



Menjelaskan Masalah Kontekstual



Silahkan klik
tautan berikut!



Sekarang perhatikan data Agen III.

Tabel Agen III disusun berbeda:

Produk	A	B	C
Produk 1	6	1	3
Produk 2	2	12	5
Produk 3	3	4	7

Jika dituliskan sebagai matriks Q .

$$Q = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 3 \\ 2 & 12 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$



Perhatikan bahwa posisi data pada Q **berbeda orientasi** dengan matriks P .

Pada P :



baris = merek, kolom = produk.

Baris menunjukkan merek,
sedangkan kolom menunjukkan produk.



Sedangkan pada Q :



baris = produk, kolom = merek.

Baris menunjukkan produk,
sedangkan kolom menunjukkan merek.



Agar dapat menjumlahkan stok Agen I, II, dan III,
bentuk matriksnya harus dibuat sejenis.
Oleh karena itu, matriks Q perlu ditransposkan.



Matriks transpose Q

Kita transposkan Q untuk mendapatkan Q^T .

$$Q^T = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 \\ 1 & 12 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

Sekarang Q^T memiliki susunan:



baris = merek, kolom = produk.



Susunannya sama dengan matriks P ,
sehingga siap untuk dijumlahkan.



Dengan Q^T , kita kini dapat menjumlahkan stok Agen I, II, dan III secara **sejenis**.

Menyelesaikan Masalah Kontekstual



Karena terdapat **dua agen** yang stoknya sama, maka total stok ketiga agen dapat ditulis:

$$P + P + Q^T$$

atau

$$2P + Q^T$$

1 Langkah 1: Mengalikan P dengan 2



Matriks P :

$$P = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow 2P = 2 \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \Rightarrow$$

✓ Sehingga:

$$2P = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

2 Langkah 2: Menjumlahkan dengan Q^T

Hasil dari langkah 1:

$$2P = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} +$$

Transpos matriks Q^T :

$$Q^T = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$2P + Q^T = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$



Jumlahkan elemen yang bersesuaian:

$$= \begin{pmatrix} \dots + \dots & \dots + \dots & \dots + \dots \\ \dots + \dots & \dots + \dots & \dots + \dots \\ \dots + \dots & \dots + \dots & \dots + \dots \end{pmatrix}$$



Maka:

$$2P + Q^T = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Membandingkan dan Mendiskusikan Jawaban



Perhatikan kembali matriks P dan Q .

$$2+3=5$$

Apakah kedua matriks tersebut dapat langsung dijumlahkan? Mengapa?

Pada matriks P , baris menunjukkan merek dan kolom menunjukkan produk. Sementara pada matriks Q , baris menunjukkan produk dan kolom menunjukkan merek.

Lengkapi pernyataan berikut.

Matriks Q perlu terlebih dahulu agar susunan baris dan kolomnya sama dengan matriks P .

$$x^2$$



Menyimpulkan



$$\text{Total stok seluruh agen} = 2P + Q^T = \begin{pmatrix} 46 & 4 & 33 \\ 7 & 28 & 8 \\ 13 & 23 & 27 \end{pmatrix}$$



Jadi, **total stok seluruh produk** dari ketiga agen adalah **189** karton.



Produk 1
66 karton



Produk 2
51 karton



Produk 3
72 karton

=
Total
189
karton



Info Penting!

1 Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Matriks

Dua matriks atau lebih dapat dijumlahkan maupun dikurangi apabila **ukuran (ordo) matriks-matriks tersebut sama**. Caranya adalah dengan menjumlahkan atau mengurangkan elemen-elemen matriks yang bersesuaian.

Sifat-sifat penjumlahan matriks:

- 1 Sifat komutatif: $A + B = B + A$
- 2 Sifat asosiatif: $A + (B + C) = (A + B) + C$
- 3 Sifat identitas: $A + 0 = A$
dengan 0 adalah matriks nol.

2 Operasi Perkalian Skalar terhadap Matriks

Suatu konstanta disebut skalar. Matriks kA atau Ak adalah matriks yang diperoleh dengan mengalikan setiap elemen dari matriks A dengan skalar k .

$$k \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \\ ka_{31} & ka_{32} \end{pmatrix}$$

Dengan k adalah skalar,
 $k \in \mathbb{R}$.

b. Operasi Perkalian Dua Matriks

Memahami Masalah Kontekstual

Usaha sablon milik Pak Maulana tergolong maju meskipun lokasinya agak jauh dari perkotaan. Hal ini karena hasil cetaknya lebih disukai oleh pembeli. Dalam satu minggu, ia mendapatkan pesanan untuk membuat kartu undangan dalam jumlah besar. Oleh karena persediaan bahan sudah menipis, ia harus belanja bahan di kota. Pak Maulana membutuhkan 10 botol tinta, 5 rim kertas jenis I, dan 10 rim kertas jenis II. Namun, setibanya di kota, ia harus memilih toko dengan harga yang relatif murah. Bahan-bahan yang dibutuhkananya dijual di tiga toko yang berbeda dengan harga yang disajikan pada tabel berikut.

Jenis Barang	Harga		
	Sinar Baru	Sinar Rejeki	Sinar Mulya
Tinta (botol)	Rp30.000,00	Rp35.000,00	Rp25.000,00
Kertas jenis I (rim)	Rp45.000,00	Rp40.000,00	Rp50.000,00
Kertas jenis II (rim)	Rp50.000,00	Rp45.000,00	Rp40.000,00



Berdasarkan data pada tabel tersebut serta dengan menerapkan operasi perkalian pada matriks, tentukan toko yang harus dipilih oleh Pak Maulana agar memperoleh biaya seminimal mungkin.

Menjelaskan Masalah Kontekstual



Silahkan klik
tautan berikut!



LANGKAH 1

Nyatakan jumlah kebutuhan barang sebagai matriks baris

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 10 \end{pmatrix}$$

KETERANGAN



10 botol tinta



5 rim kertas I



10 rim kertas II



Artinya:

Pak Maulana membutuhkan 10 botol tinta, 5 rim kertas jenis I, dan 10 rim kertas jenis II.



LANGKAH 2

Nyatakan harga barang sebagai matriks

$$B = \begin{pmatrix} 30000 & 35000 & 25000 \\ 45000 & 40000 & 50000 \\ 50000 & 45000 & 40000 \end{pmatrix}$$

BARIS MENYATAKAN:



Tinta



Kertas I



Kertas II

KOLOM MENYATAKAN TOKO:



Sinar Baru



Sinar Rejeki



Sinar Mulya

UKURAN MATRIKS:

$$A_{1 \times 3}$$

dan

$$B_{3 \times 3}$$



Karena jumlah kolom matriks pertama sama dengan jumlah baris matriks kedua, maka perkalian matriks dapat dilakukan.

$$A_{1 \times 3}$$

$\times$

$$B_{3 \times 3}$$

$=$



Menyelesaikan Masalah Kontekstual



Biaya belanja dihitung dengan



$A \ B$

A
(Kebutuhan)

.....		
-------	-------	-------

1×3

$\times$

B
(Harga)

.....		
.....		
.....		

3×3

$=$

AB
(Total Biaya)

.....		
-------	-------	-------

1×3



$$(AB)_{1j} = (..... \times) + (..... \times) + (..... \times)$$

Baris

.....	
-------	-------

Kolom

.....	
-------	-------

Keterangan:

A = Kebutuhan (1×3)

B = Harga (3×3)

AB = Biaya Total (1×3)

Hitung setiap kolom



Untuk Toko
Sinar Baru

$$\begin{aligned} & (..... \times) + \\ & (..... \times) + \\ & (..... \times) \end{aligned}$$

$$= \text{.....}$$



Untuk Toko
Sinar Rejeki

$$\begin{aligned} & (..... \times) + \\ & (..... \times) + \\ & (..... \times) \end{aligned}$$

$$= \text{.....}$$



Untuk Toko
Sinar Mulya

$$\begin{aligned} & (..... \times) + \\ & (..... \times) + \\ & (..... \times) \end{aligned}$$

$$= \text{.....}$$



Sehingga
diperoleh

$$AB = \begin{pmatrix} & & \end{pmatrix}$$



Membandingkan dan Mendiskusikan Jawaban



Perhatikan kembali matriks kebutuhan barang dan matriks harga yang telah kalian buat.

Misalnya,

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 5 & 10 \end{bmatrix}$$

dan

$$B = \begin{bmatrix} 30.000 & 35.000 & 25.000 \\ 45.000 & 40.000 & 50.000 \\ 50.000 & 45.000 & 40.000 \end{bmatrix}$$



Ayo kita pahami bersama!

Matriks membantu kita menyelesaikan masalah dalam kehidupan nyata!



Bagaimana cara menentukan biaya yang harus dikeluarkan Pak Maulana pada setiap toko?

Amatilah matriks A dan B . Bilangan 10 pada matriks A menunjukkan jumlah tinta yang dibutuhkan Pak Maulana. Pada matriks B , baris pertama menunjukkan harga tinta di masing-masing toko.

Untuk mengetahui biaya pembelian tinta di Toko Sinar Baru, jumlah tinta dikalikan dengan harga tinta pada toko tersebut, yaitu

$$10 \times 30.000 = 300.000$$

Dengan cara yang sama, biaya untuk kertas jenis I dan kertas jenis II dapat dihitung sesuai jumlah kebutuhan dan harga pada toko yang sama.



Lengkapi pernyataan berikut berdasarkan hasil pengamatanmu.

- 1 Untuk menentukan biaya setiap barang, jumlah barang dikalikan dengan barang pada toko yang dipilih.
- 2 Total biaya pada suatu toko diperoleh dengan seluruh biaya pembelian barang pada toko tersebut.
- 3 Pada perkalian matriks, setiap elemen pada matriks kebutuhan dikalikan dengan elemen yang bersesuaian pada matriks harga.



Toko yang sebaiknya dipilih Pak Maulana adalah toko yang memiliki hasil perhitungan biaya paling .



Lalu bisa dilanjutkan dengan pertanyaan diskusi:

Menurut kelompokmu, apakah toko yang memiliki harga tinta paling murah pasti menghasilkan total biaya belanja paling murah? Jelaskan berdasarkan hasil perhitungan kalian.



Matematika ada di sekitar kita!



Menyimpulkan



Setelah melakukan perkalian matriks, diperoleh **total biaya belanja** pada setiap toko sebagai berikut:

Toko	Total Biaya
 Sinar Baru	Rp 1.025.000
 Sinar Rejeki	Rp 1.030.000
 Sinar Mulya	Rp 900.000



Dengan demikian, **Toko Sinar Mulya** memberikan **biaya belanja paling murah** yaitu sebesar **Rp 900.000** menggunakan operasi perkalian matriks.



Info Penting!

- 1 Perkalian dua matriks dapat dilakukan jika banyak kolom pada matriks pertama sama dengan banyak baris pada matriks kedua.
- 2 Jika matriks A berordo $m \times n$ dan matriks B berordo $n \times p$, maka hasil kali $A \times B$ berordo $m \times p$.
- 3 Sifat perkalian matriks:
 - 1 Asosiatif: $A(BC) = (AB)C$
 - 2 Distributif kiri: $A(B + C) = AB + AC$
 - 3 Distributif kanan: $(A + B)C = AC + BC$
 - 4 Identitas: $IA = AI = A$
 - 5 Matriks nol: $OA = O$
- 4 Sifat komutatif tidak berlaku, sehingga pada umumnya $AB \neq BA$.

LEMBAR KEGIATAN 3



Perhatikan teks berikut untuk menjawab soal nomor 1-2

Toko Sinar Terang menyediakan tiga jenis lampu, yaitu lampu berdaya 50 watt, 100 watt, dan 150 watt. Harga satuan dari ketiga jenis lampu tersebut berturut-turut adalah Rp50.000,00; Rp75.000,00; dan Rp150.000,00. Sementara itu, di Toko Cahaya Abadi dengan merek yang sama lampu daya 50 watt dijual dengan harga Rp60.000,00 lampu daya 100 watt dijual dengan harga Rp70.000,00, dan lampu daya 150 watt dengan harga Rp160.000,00. Suatu Perusahaan berencana membeli sejumlah lampu untuk keperluan Pembangunan ruang produksi dan ruang kantor di Lokasi baru. Berikut table data banyak lampu yang dibutuhkan Perusahaan.

Bagian	Jenis Lampu		
	50 watt (unit)	100 watt (unit)	150 watt (unit)
Produksi	12	40	25
Kantor	3	30	10

1

Selidiki dan berilah tanda centang (✓) pada pernyataan yang bernilai benar.
(Jawaban benar dapat lebih dari satu)


☐

Jika perusahaan ingin membeli di Toko Sinar Terang, biaya yang diperlukan sebesar Rp11.250.000,00.


☐

Jika perusahaan ingin membeli kebutuhan lampu pada bagian produksi di Toko Sinar Terang, biaya yang diperlukan sebesar Rp7.350.000,00.


☐

Membeli kebutuhan lampu untuk bagian produksi di Toko Sinar Terang lebih mahal dibandingkan di Toko Cahaya Abadi.


☐

Membeli kebutuhan lampu untuk bagian kantor di Toko Cahaya Abadi memerlukan biaya Rp3.880.000,00.


☐

Membeli kebutuhan lampu untuk bagian kantor di Toko Cahaya Abadi lebih mahal dibandingkan di Toko Sinar Terang.

2

Jika Anda diminta untuk membeli kebutuhan lampu dengan harga paling minimum, apa Keputusan yang Anda lakukan? Apakah membeli di satu toko saja atau di kedua toko? Jelaskan alasan Anda.







Dengan menggunakan operasi matriks, sajikan data:

- Seluruh pengunjung wisatawan asing dan domestik kategori dewasa,
- Seluruh pengunjung wisatawan kategori dewasa dan anak-anak,
- Seluruh pengunjung wisatawan asing dan domestik semua kategori umur.



Wisatawan	2020		2021	
	Dewasa (ribu orang)	Anak-anak (ribu orang)	Dewasa (ribu orang)	Anak-anak (ribu orang)
Asing	0,5	0,01	0,2	0
Domestik	3,1	0,4	4,3	0,25

a. Seluruh pengunjung wisatawan asing dan domestik kategori dewasa

1. Menyusun data ke dalam matriks

Dari tabel:

- Wisatawan asing

$$A = \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$$

- Wisatawan domestik

$$B = \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$$

2. Dengan susunan

	Dewasa	Anak-anak
2020		
2021		

3. Semua unsur dalam dua orang

b. Seluruh pengunjung wisatawan kategori dewasa dan anak-anak

1. Bentuk matriks jika jumlahkan wisatawan asing dan domestik

$$A + B = \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$$

3. Sehingga

$$\begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$$

2. Kemudian jumlahkan berdasarkan kategori

- Dewasa: + =
- Anak-anak: + =

4. Artinya

- Total pengunjung dewasa = ribu orang
- Total pengunjung anak-anak = ribu orang

c. Seluruh pengunjung wisatawan asing dan domestik semua kategori umur

1. Jumlahkan seluruh elemen matriks

$$\square + \square + \square + \square = \square \text{ (ribu orang)}$$

2. Jadi

$$\square \text{ (ribu orang)}$$

3. Atau

$$\square \text{ ribu orang}$$

$$\square \text{ ribu orang}$$

