Science	Fenomena durasi matahari bersinar Besaran gelombang; amplitudo, periode
Technology	Website interaktif untuk menganalisis durasi siang antara dua kota
Engineering	Merancang solusi desain kanopi untuk mengurangi risiko paparan langsung sinar Matahari
Mathematics	Fungsi trigonometri

Reading

Tahukah kamu, lama waktu puasa, ternyata bisa sangat bervariasi, lho. Lama waktu puasa dihitung dari terbitnya matahari hingga terbenamnya matahari. Mungkin kalian yang pernah merasa, "Kok puasa tahun ini waktu maghribnya terasa lebih cepat, ya?" atau justru sebaliknya. Nah, perbedaan ini sangat bergantung pada di belahan bumi mana kita tinggal.

Terkadang, pergeseran durasi puasa ini terjadi sangat lambat dan bertahap dari hari ke hari, sehingga tubuh kita secara alami beradaptasi tanpa terasa berat. Sebagai contoh yang menarik, pengalaman puasa di Surabaya berbeda rasanya dibandingkan dengan di Madrid. Posisi Madrid yang berada jauh di belahan barat laut dari Surabaya membuat durasi puasanya sangat unik mengikuti pergantian musim. Selain itu pola lamanya matahari menyinari bumi ini, akan berulang setiap setahun.

Perhatikan garfik berikut yang menunjukkan rata-rata durasi siang (dalam jam) di Kota Surabaya dan Kota Madrid pada tahun 2024 dan 2025.

LIVEWORKSHEETS

1. Bagaimana hasil analisamu mengenai rata-rata lamanya puasa tahun 2024 di Kota Surabaya dan di Kota Madrid?
2. Pada bulan Ramadan, Masjid Al Hidayah Surabaya membuat area terbuka untuk tempat beristirahat jamaah yang sedang berpuasa namun masih harus melakukan perjalanan seperti ojek online. Pengurus masjid ingin mengurangi paparan langsung sinar Matahari agar jamaah tetap nyaman selama siang hari. Gunakan website interaktif yang tersedia untuk mengetahui waktu terbit dan terbenam Matahari di Surabaya pada Bulan Ramadhan tahun 2024.

   Area istirahat diperkirakan aktif digunakan mulai pukul 09.00–15.00. Pengurus masjid akan memasang kanopi berbentuk persegi panjang berukuran 4 m × 3 m. Kanopi dapat dibuat dengan beberapa alternatif arah pemasangan:
   Desain A: sisi panjang menghadap timur–barat
   Desain B: sisi panjang menghadap utara–selatan

   Untuk meminimalkan risiko paparan langsung sinar Matahari selama pukul 09.00–15.00, tentukan desain kanopi yang lebih tepat. Gunakan data dari website dan hasil perhitungan matematika untuk menganalisis posisi Matahari, menentukan arah datangnya bayangan, kemudian memberikan alasan terhadap desain yang dipilih.

3. Berdasarkan hasil pengamatan, perubahan durasi siang dapat mebentuk pola yang berulang setiap tahun. Carilah fungsi $y = a \cos (bx) + c$ yang dapat memodelkan durasi siang di Kota Madrid.
   - gunakan website interaktif ini, untuk menganalisis galat model pendekatan untuk 4 bulan di awal tahun 2024 saja.

Identifying

Analisislah grafik untuk menjawab pertanyaan nomor 1 dan 2

1. … … …

Construct the Solution

LIVEWORKSHEETS

2. Perhatikan perbandingan durasi siang di Kota Surabaya dan Kota Madrid. Grafik menunjukkan bahwa lama siang di Kota Madrid berubah cukup besar sepanjang tahun. Untuk memodelkan perbuahan tersebut, gunakan fungsi

$$y = \mathrm{a}\cos(\mathrm{bx}) + \mathrm{c}$$

dimana x menyatakan bulan dan y menyatakan durasi siang dalam jam

- Mencari nilai c berdasarkan titik tengah grafik:

$$\mathrm{c} = \frac{y\,max + y\,min}{2}$$

- Mencari nilai a berdasarkan aplitudo grafik:

$$a = \frac{y\,max - y\,min}{2}$$

- Mencari nilai b berdasarkan periode grafik:

Pola durasi siang di Kota Madrid akan berulang setelah 12 bulan

Satu periode fungsi sinus/cosinus adalah 2π, sehingga $bT = 2\pi$

Solving the Problem

- Berdasarkan tahap sebelumnya, didapatkan model $y =$
- Sajikan hasil fungsi yang telah diperoleh dalam bentuk grafik

Bulan	Hasil website	Hasil pendekatan	Galat
Januari			
Februari			

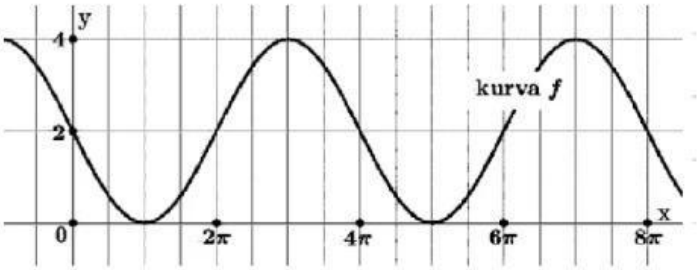
Review the Solution

Berdasarkan hasil website dengan hasil yang diperoleh dari perhitungan pendekatan, jelaskan mengapa terdapat galat diantaranya?

Extend the Problem

Seorang nelayan akan melaut dari pukul 06.00 sampai 18.00. Untuk menjaga keselamatan nelayan, ia menganalisis data ketinggian gelombang laut. Perubahan ketinggian gelombang selama satu hari ditunjukkan pada grafik berikut.

LIVEWORKSHEETS



Berdasarkan hasil pengamatan, ketinggian gelombang dapat dimodelkan dengan fungsi

$$h(x) = a + b\sin(cx),$$

dengan $h(x)$menyatakan ketinggian gelombang dalam meter dan x menyatakan waktu dalam jam setelah pukul 06.00.

Seorang nelayan berencana berangkat melaut pada pukul 08.00. Berdasarkan model tersebut, apakah ia sebaiknya berangkat? Jelaskan alasanmu jika ditentukan batas keamanan gelombang kurang dari 3 meter!

LIVEWORKSHEETS

Jawaban

2. **Menentukan durasi siang**

Matahari terbit:

$$05.50$$

Matahari terbenam:

$$18.00$$

Maka lama siang:

$$18.00 - 05.50 = 12 \text{ jam } 10 \text{ menit}$$

Jadi:

$$\boxed{\text{Durasi siang} = 12 \text{ jam } 10 \text{ menit}}$$

Artinya, selama sekitar 12 jam 10 menit Matahari berada di atas horizon.

2. Menentukan waktu tengah hari

Tengah antara Matahari terbit dan terbenam:

$$\frac{12 \text{ jam } 10 \text{ menit}}{2} = 6 \text{ jam } 5 \text{ menit}$$

Dari pukul 05.50:

$$05.50 + 06.05 = 11.55$$

Jadi Matahari mencapai posisi tertinggi sekitar:

$$\boxed{11.55}$$

LIVEWORKSHEETS

Ini penting karena **arah dan panjang bayangan berubah sepanjang hari**.

---

3. Menganalisis arah Matahari

Pada pagi hari, Matahari berada di sebelah **timur**.

Ketika mendekati tengah hari, Matahari bergerak menuju posisi tertinggi.

Pada sore hari, Matahari berada di sebelah **barat**.

Maka selama area digunakan:

$$09.00 \rightarrow 15.00$$

arah datangnya cahaya Matahari berubah dari:

$$\boxed{\text{timur} \rightarrow \text{atas} \rightarrow \text{barat}}$$

Akibatnya, arah bayangan juga berubah.

Karena paparan Matahari berasal dari arah timur pada pagi hari dan barat pada sore hari, maka sisi timur dan barat menjadi bagian yang paling perlu diperhatikan.

Desain A memiliki sisi panjang yang menghadap **timur–barat**.

Artinya, bentang kanopi sepanjang 4 m berada pada arah timur–barat sehingga dapat memberikan perlindungan yang lebih efektif terhadap perubahan arah datangnya Matahari dari pagi menuju sore.

Dengan demikian, dari dua alternatif yang diberikan, dipilih:

$$\boxed{\text{Desain A}}$$

Extending

1. erdasarkan grafik, tentukan nilai a, b, dan $c$pada model

LIVEWORKSHEETS

$$f(x) = a + b\sin(cx).$$

2. Tentukan fungsi $f(x)$yang menggambarkan ketinggian gelombang.
3. Tentukan **rentang waktu ketika tinggi gelombang melebihi 3 meter**.
4. Nyatakan hasil tersebut dalam **waktu sebenarnya (pukul berapa sampai pukul berapa)**.
5. Seorang nelayan berencana berangkat melaut pada pukul **08.00**. Berdasarkan model tersebut, apakah ia sebaiknya berangkat? Jelaskan alasanmu.

Jawaban

1. Menentukan $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$

Dari grafik:

- maksimum = 4
- minimum = 0

Maka nilai tengah:

$$a = \frac{4+0}{2} = 2$$

Amplitudo:

$$|\ b\ | = \frac{4-0}{2} = 2$$

Perhatikan grafik ketika $x = 0$. Grafik berada di $y = 2$dan **bergerak turun**.

Karena

$$f(x) = a + b\sin(cx),$$

maka agar grafik dari $x = 0$bergerak turun, kita dapat mengambil

LIVEWORKSHEETS

$$b = -2.$$

Dari grafik, satu periode terjadi dari $x = 0$sampai $x = 4\pi$.

Rumus periode:

$$T = \frac{2\pi}{c}$$

sehingga

$$4\pi = \frac{2\pi}{c}$$
$$c = \frac{1}{2}.$$

Jadi:

$$\boxed{a = 2,\ b = -2,\ c = \frac{1}{2}}$$

dan kalau pertanyaan awal tetap dipertahankan:

$$a + b + c = 2 - 2 + \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{2}}.$$

Jadi jawabannya A.

---

2. Fungsi ketinggian gelombang

Substitusikan a, b, c:

$$\boxed{f(x) = 2 - 2\sin\frac{x}{2}}$$

LIVEWORKSHEETS

3. Kapan gelombang tidak aman?

Batas tidak aman adalah:

$$f(x) > 3.$$

Maka:

$$2 - 2\sin\frac{x}{2} > 3$$
$$-2\sin\frac{x}{2} > 1$$
$$\sin\frac{x}{2} < -\frac{1}{2}.$$

Dari grafik, pada satu hari $x$bergerak dari 0sampai 8π.

Kondisi tersebut terjadi pada:

$$\frac{7\pi}{6} < \frac{x}{2} < \frac{11\pi}{6}$$

dan

$$\frac{19\pi}{6} < \frac{x}{2} < \frac{23\pi}{6}.$$

Kalikan 2:

$$\frac{7\pi}{3} < x < \frac{11\pi}{3}$$

atau

$$\frac{19\pi}{3} < x < \frac{23\pi}{3}.$$

---

4. Ubah menjadi waktu nyata

LIVEWORKSHEETS

Kita punya:

$$x = \frac{\pi}{3}t$$

sehingga

$$t = \frac{3x}{\pi}.$$

Interval pertama

$$\frac{7\pi}{3} < x < \frac{11\pi}{3}$$

maka

$$7 < t < 11.$$

Artinya:

$$\boxed{\text{pukul 07.00 sampai 11.00}}$$

Interval kedua

$$\frac{19\pi}{3} < x < \frac{23\pi}{3}$$

maka

$$19 < t < 23.$$

Artinya:

$$\boxed{\text{pukul 19.00 sampai 23.00}}$$

LIVEWORKSHEETS

Jadi hasil akhirnya:

Gelombang laut melebihi 3 meter pada pukul 07.00–11.00 dan 19.00–23.00. Pada waktu tersebut nelayan tidak disarankan melaut.

LIVEWORKSHEETS