

Expresiones algebraicas enteras

A

Polinomios de variable x



Lo que necesitamos conocer

Un **polinomio** es una expresión algebraica entera cuyos términos o monomios tienen un **coeficiente** y la **variable x** elevada a algún **exponente** que determina su **grado**.

$$P(x) = \underbrace{3x^2}_{\text{grado 2}} + \underbrace{4x}_{\text{grado 1}} - \underbrace{7x^3}_{\text{grado 3}} + \underbrace{6}_{\text{grado 0}} - \underbrace{2x^5}_{\text{grado 5}}$$

Dos términos con el mismo grado son **semejantes**. Un polinomio **reducido** es aquel que no tiene más de un término con el mismo grado. Cuando se hace referencia a un polinomio, es siempre al reducido.

$$Q(x) = -7x^2 - 3x + 8 + 4x^2 - x + 1 = \underbrace{-3x^2 - 4x + 9}_{\text{polinomio reducido}}$$

En un polinomio reducido:

- el **grado** lo determina el término de mayor grado.
- el **coeficiente principal** es el coeficiente del término de mayor grado.
- el **término independiente** es el término de grado 0.
- según la cantidad de términos, se denomina **monomio** si tiene uno solo; **binomio**, si tiene dos; **trinomio**, si tiene tres; y **cuadrinomio**, si tiene cuatro. Los demás se nombran como polinomio de grado 5, 6, 7, respectivamente.

$Q(x)$ es un **trinomio** de grado 2, cuyo coeficiente principal es -2 ; y su término independiente, 9.

Un polinomio está:

- normalizado**, si su coeficiente principal es 1.
- ordenado**, si sus términos están ordenados de manera creciente o decreciente respecto al valor de los exponentes de la variable.
- completo**, si tiene todas las potencias decrecientes del grado. Para completarlo, se agregan los términos con las potencias que faltan con coeficiente 0.

$$T(x) = -5x^3 - 6 + 2x + 4x^5 = \underbrace{4x^5 - 5x^3 + 2x - 6}_{\text{ordenado}} = \underbrace{4x^5 + 0x^4 - 5x^3 + 0x^2 + 2x - 6}_{\text{completo}}$$

El **valor numérico** de un polinomio es el resultado de reemplazar x por un **número real**.

$$x = 3 \text{ en } N(x) = 2x^2 - 8x + 9 \Rightarrow N(3) = 2 \cdot 3^2 - 8 \cdot 3 + 9 = 18 - 24 + 9 = 3$$

$$x = -2 \text{ en } S(x) = 4x^3 + 2x^2 - 3x \Rightarrow S(-2) = 4(-2)^3 + 5(-2)^2 - 3(-2) = -32 + 20 + 6 = -6$$

Para seguir avanzando

Completen y ordenen cada polinomio.

a. $-4x + 7 - 5x^3 =$

c. $5x^3 + x - 3x^5 =$

b. $3 - x^4 + 6x =$

d. $1 - x^6 + 4x^2 =$

ACTIVIDADES

A 1

Escriban un polinomio que cumpla con cada una de las condiciones.

a. Binomio de grado 4 con coeficiente principal -3 y término independiente 0 .

b. Trinomio completo y normalizado con término independiente -5 .

c. Completo de grado 5 con coeficiente principal 6 y término independiente 7 .

A 2

Escriban el polinomio reducido y ordenado.

a. $P(x) = 3x^2 + 5x^4 - 2 - 5x^4 - 7x^2 + 9 \rightarrow P(x) =$

b. $Q(x) = 6x - x^5 + x^3 - 4 - x^5 - x^3 - x \rightarrow Q(x) =$

c. $R(x) = -5x - x^3 - 2x^4 + 2x + 2x^4 + 3x \rightarrow R(x) =$

d. $S(x) = 9x^2 - 6x^3 + 2x + x^3 - 3 - 2x^6 - 9x^2 \rightarrow S(x) =$

e. **Completen** la tabla referida a los polinomios anteriores.

Polinomio	Nombre	Grado	Coeficiente principal	Término independiente
$P(x)$				
$Q(x)$				
$R(x)$				
$S(x)$				



Prueben su ingenio

Hallen, si existen, el o los valores de **a** que verifiquen que **$P(a) = 0$** .

a. $P(x) = x^2 - 9$

b. $P(x) = x^3 + 8$

c. $P(x) = x(x + 5)$

d. $P(x) = x^4 + 1$

e. $P(x) = (x - 2)^2 - 25$

A 3

Calculen el valor numérico de cada polinomio.

a. $N(x) = 3x^2 + 5x + 8 \rightarrow N(-1) =$

b. $M(x) = -x^3 - 4x - 2x^2 \rightarrow M(-2) =$



Una vuelta más

A 4

Se enciende una pava eléctrica que tiene agua a temperatura ambiente y se apaga cuando hierve (100°C). La temperatura **t** que alcanza el agua, después de **x** minutos de que se haya encendido la pava, es **$t(x) = -3,2x^2 + 32x + 20$** .

Completen la tabla con la temperatura del agua a medida que transcurren los minutos.

Minutos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Temperatura											

a. ¿A qué temperatura estaba el agua al encender la pava?

b. ¿Cuánto tarda en hervir?

c. ¿Cuánto tiempo después de que se haya apagado vuelve a estar a temperatura ambiente?

B

sumar, restar y multiplicar polinomios



Lo que necesitamos conocer

Suma y resta

Para sumar o restar polinomios, se suman o restan sus términos semejantes.

$$\text{Sea } P(x) = -6x + 4x^3 - 3x^2 + 1 \wedge Q(x) = 5x^2 - 9 + 2x + x^3$$

$$\begin{aligned} P(x) + Q(x) &= \underbrace{-6x + 4x^3 - 3x^2 + 1}_{P(x)} + \underbrace{5x^2 - 9 + 2x + x^3}_{Q(x)} \\ &= 4x^3 + x^3 - 3x^2 + 5x^2 - 6x + 2x + 1 - 9 \\ &= 5x^3 + 2x^2 - 4x - 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q(x) - P(x) &= \underbrace{5x^2 - 9 + 2x + x^3}_{P(x)} - \underbrace{(-6x + 4x^3 - 3x^2 + 1)}_{Q(x)} \\ &= 5x^2 - 9 + 2x + x^3 + 6x - 4x^3 + 3x^2 - 1 \\ &= x^3 - 4x^3 + 5x^2 + 3x^2 + 2x + 6x - 9 - 1 \\ &= -3x^3 + 8x^2 + 8x - 10 \end{aligned}$$

Multiplicación

- Para multiplicar monomios, se deben multiplicar los coeficientes y aplicar la propiedad del producto de dos potencias de igual base:

$$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$$

$$2x^2 \cdot 5x^4 = 10x^6$$

$$-4x^3 \cdot 8x^5 = -32x^8$$

$$-3x^2 \cdot 4x^4 \cdot (-2x) = 24x^7$$

- Para multiplicar dos polinomios, se debe aplicar la propiedad distributiva.

$$\begin{aligned} 3x^3 \cdot (2x^2 - 4x - 5x^3 + 2) &= \underbrace{3x^3 \cdot 2x^2}_{6x^5} + \underbrace{3x^3 \cdot (-4x)}_{-12x^4} + \underbrace{3x^3 \cdot (-5x^3)}_{-15x^6} + \underbrace{3x^3 \cdot 2}_{4x^3} \\ &= -15x^6 + 6x^5 - 12x^4 + 4x^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4x - 3x^2)(-x^2 + 2x) &= \underbrace{4x \cdot (-x^2)}_{-4x^3} + \underbrace{4x \cdot 2x}_{8x^2} - \underbrace{3x^2 \cdot (-x^2)}_{+3x^4} - \underbrace{3x^2 \cdot 2x}_{-6x^3} \\ &= -4x^3 + 8x^2 + 3x^4 - 6x^3 \\ &= 3x^4 - 10x^3 + 8x^2 \end{aligned}$$

Para seguir avanzando

Piensen y respondan.

- Si se suman dos polinomios de grado 4, ¿el resultado es siempre un polinomio de grado 4?
- Si a un polinomio de grado 5 se le resta un polinomio de grado 3, ¿cuál es el grado del resultado?
- ¿Cuál es el grado del polinomio que resulta de multiplicar a otros dos?

ACTIVIDADES

B 1

Traduzcan al lenguaje simbólico y **hallen** el polinomio que resulta de cada expresión.

a. La suma entre el anterior del triple de un número y el doble de su siguiente.

b. La diferencia entre el cuadrado del anterior de un número y el producto del número con su siguiente.

c. El producto entre el siguiente del cuadrado de un número y el anterior de su cuadrado.

B 2

Dados los siguientes polinomios:

$$P(x) = -3x^4 - 2x + x^2 - 6$$

$$Q(x) = 8x - 4x^2 + x^4 - 5x^3$$

$$S(x) = 3x^2 - 2 - 7x^4 + 5x^3$$

Planteen y resuelvan.

a. $P(x) + Q(x) =$

c. $Q(x) - P(x) + S(x) =$

b. $S(x) - P(x) =$

d. $P(x) - [Q(x) + S(x)] =$

B 3

Resuelvan la siguiente suma algebraica.

$$3 - 2x^3 + 5x - (2x^2 - 4x) - 4(-2x^3 + x - 5 - 3x^2) - 2(x + 7 - 4x^2) =$$



Una **vueltas** más

B 4

Sea $R(x) = ax^2 + 2x^3 - b + 3x$ y $S(x) = -cx + 6 + dx^3 - 5x^2$.

Calculen el valor de **a**, **b**, **c** y **d** para que $R(x) - S(x) = 3x^3 - 9x^2 - 2x$.

B 5

Resuelvan aplicando propiedades.

a. $-3x^7 \cdot 4x^2 =$

b. $5x \cdot x \cdot 2x^4 =$

c. $4x^4 \cdot (-6x) \cdot x^2 =$

d. $-x^3 \cdot (-9x^4) \cdot (-2x^5) =$

B 6

Resuelvan las siguientes multiplicaciones.

a. $-3x^2 \cdot (-2x + 4x^3 + 7x^5) =$

e. $(2x^2 - 5x)(-x + 3) =$

b. $(4x^4 - 5x + 6x^6)(-2x^2) =$

f. $(-x^3 - x^2)(x^2 - x) =$

c. $\frac{1}{3}x^3 \cdot (12x^2 + 9x^4 - 21x^6) =$

g. $(3x - 2x^3 - x^2)(-x^2 + 3x) =$

d. $(-x^6 + x^5 - 7x^7)(-x^4) =$

h. $(5x - 3 - x^2)(2x^3 - x^4 - x^2) =$

B 7

Hallen el polinomio producto entre

a. el doble del anterior y el triple del siguiente de un número.

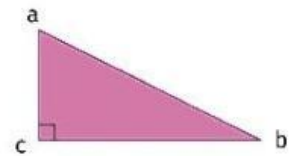
b. el siguiente del cuadrado de un número y el triple de su anterior.

ACTIVIDADES

B 8

Hallen el polinomio que expresa la superficie del triángulo.

$$\begin{cases} \overline{ac} = 3x^2 + 5x \\ \overline{bc} = 4x^2 - 6x - 2 \end{cases}$$



B 9

Coloquen **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

a. $(x - 1) \cdot x - x = 0$ ☐

d. $(x + 1) \cdot (x + 1) = x^2 + 1$ ☐

b. $(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$ ☐

e. $x(1 - x) - x + x^2 = 0$ ☐

c. $x^2 - x(x - 1) = x$ ☐

f. $(1 - x) \cdot (-x) + x = x^2$ ☐

Desarrollen correctamente las operaciones que son falsas.

B 10

Resuelvan las siguientes operaciones.

a. $(-x^2 + x)(x + 5) - 5x =$

d. $-4x^5 - 3x^3 \cdot (x - x^2) + 3x^4 =$

b. $x^2 \cdot (1 + x) - x(x^2 - 2) =$

e. $6x^2 + (-3x + x^2) \cdot 2x + x^3 =$

c. $(3x + 1)(3x - 1) - 7x^2 + 6 =$

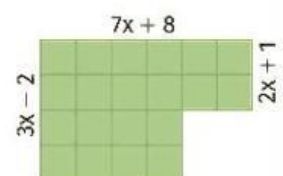
f. $x^3 \cdot (x - x^2) - (1 - x) \cdot x^4 =$



Una **u**uelta más

B 11

Hallen el polinomio que expresa la superficie de la figura.





Lo que necesitamos conocer

Para calcular la potencia de un monomio, se debe tener en cuenta dos propiedades de la potenciación.

► Propiedad distributiva: $(ax)^n = a^n \cdot x^n$

► Potencia de otra potencia: $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$

$$(2x)^3 = 2^3 \cdot x^3 = 8x^3$$

$$(x^2)^4 = x^{2 \cdot 4} = x^8$$

$$(-7x^3)^2 = (-7)^2 \cdot (x^3)^2 = 49x^6$$

Cuadrado de un binomio

$$\underbrace{(a+b)^2}_{\text{cuadrado de un binomio}} = (a+b)(a+b) = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b = \underbrace{a^2 + 2ab + b^2}_{\text{trinomio cuadrado perfecto}}$$

Al elevar al cuadrado un binomio, se obtiene un **trinomio cuadrado perfecto**.

$$(x^2 - 5x)^2 = (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot (-5x) + (-5x)^2 = x^4 - 10x^3 + 25x^2$$

Cubo de un binomio

$$\begin{aligned} \underbrace{(a+b)^3}_{\text{cubo de un binomio}} &= (a+b)^2 \cdot (a+b) \\ &= (a^2 + 2ab + b^2)(a+b) \\ &= a^2 \cdot a + a^2 \cdot b + 2ab \cdot a + 2ab \cdot b + b^2 \cdot a + b^2 \cdot b \\ &= a^3 + a^2 \cdot b + 2a^2 \cdot b + 2b^2 \cdot a + b^2 \cdot a + b^3 \\ &= \underbrace{a^3 + 3a^2 \cdot b + 3b^2 \cdot a + b^3}_{\text{cuatrinomio cubo perfecto}} \end{aligned}$$

Al elevar al cubo un binomio, se obtiene un **cuatrinomio cubo perfecto**.

$$\begin{aligned} (3x - 2)^3 &= (3x)^3 + 3 \cdot (3x)^2 \cdot (-2) + 3 \cdot 3x \cdot (-2)^2 + (-2)^3 \\ &= 3^3 \cdot x^3 + 3 \cdot 9x^2 \cdot (-2) + 9x \cdot 4 + (-8) \\ &= 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8 \end{aligned}$$

Para seguir avanzando

Resuelvan las siguientes potencias.

a. $(-2x)^3 =$

b. $(-4x^2)^2 =$

c. $(3x^3)^4 =$

d. $(x+2)^2 =$

e. $(x+1)^3 =$

f. $(x-3)^2 =$

g. $(x-2)^3 =$

ACTIVIDADES

C 1

Desarrollen las siguientes potencias.

a. $(3x - x^2)^2 =$

b. $(2x - 3)^3 =$

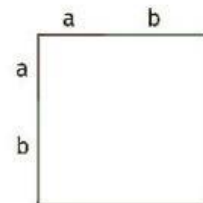
c. $(x^3 + 2x^2)^2 =$

d. $(x^2 + 3x)^3 =$



Prueben su ingenio

Muestren en el cuadrado que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.



C 2

Completen los siguientes trinomios cuadrados perfectos.

a. $9x^2 + \boxed{} + 16$

b. $36x^4 - 24x^3 + \boxed{}$

c. $\boxed{} + 10x^5 + 25x^6$

C 3

Completen los siguientes cuatrinomios cubos perfectos.

a. $x^3 + \boxed{} + \boxed{} + 27$

b. $8x^3 + 60x^2 + \boxed{} + \boxed{}$

c. $\boxed{} + 108x^4 + \boxed{} + 64$



Prueben su ingenio

Decidan, sin resolver, por qué las siguientes afirmaciones son correctas.

a. $(a - b)^2 = (b - a)^2$

b. $(-a - b)^2 = (a + b)^2$

C 4

Resuelvan las siguientes operaciones.

a. $(x^2 - 4x)^2 - (3x^3 - 5x^2)(2 - x) =$

b. $-6x(x^2 - 2x) - (x + 2)^3 + 7x^3 =$

c. $(x^3 - x^2)^2 + (x^4 - 2x^5)(x - 2) =$

d. $4x^4(3x - 5) - (3x - 2)(2x^2 - x)^2 =$

e. $(x^3 - 3x^2)^3 - x^9 - 8x^7(3x - 1) =$

D

División de polinomios



Lo que necesitamos conocer

➔ Para dividir dos monomios, se deben dividir los coeficientes y la propiedad: $x^n : x^m = x^{n-m}$

$$-20x^3 : (4x) = -5x^2$$

$$-35x^5 : (-5x^2) = 7x^3$$

➔ Para dividir un polinomio por un monomio, se debe aplicar la propiedad distributiva.

$$(3x^7 - 12x^5 + 9x^4 - 6x^3) : (3x^3) = x^4 - 4x^2 + 3x - 2$$

$$(12x^4 - 16x^6 + 32x^3 - 4x^2) : (-4x^2) = -3x^2 + 4x^4 - 8x + 1$$

➔ Para dividir dos polinomios, se debe cumplir que

- el grado del dividendo debe ser mayor o igual que el del divisor.
- el dividendo debe estar completo y ordenado de manera decreciente.
- el divisor debe estar ordenado.

$$\begin{array}{rcl} \text{dividendo} & \rightarrow & P(x) \\ \text{resto} & \rightarrow & R(x) \end{array} \quad \begin{array}{rcl} D(x) & \leftarrow & \text{divisor} \\ C(x) & \leftarrow & \text{cociente} \end{array}$$

$$P(x) = D(x) \cdot C(x) + R(x)$$

Calcular $A(x) : B(x)$

$$\{ A(x) = -2x + 3x^4 + 4 - 25x^2 \rightarrow \text{dividendo}$$

$$\{ B(x) = -3x + x^2 \rightarrow \text{divisor}$$

Completar y ordenar el dividendo $\rightarrow 3x^4 + 0x^3 - 25x^2 - 2x + 4$

Ordenar el divisor $\rightarrow x^2 - 3x$

$$\begin{array}{r} 3x^4 + 0x^3 - 25x^2 - 2x + 4 \quad \overline{) \quad x^2 - 3x} \\ 3x^2(x^2 - 3x) \rightarrow \underline{3x^4 - 9x^3} \\ 9x^3 - 25x^2 - 2x + 4 \\ 9x(x^2 - 3x) \rightarrow \underline{9x^3 - 27x^2} \\ 2x^2 - 2x + 4 \\ 2(x^2 - 3x) \rightarrow \underline{2x^2 - 6x} \\ 4x + 4 \\ \hline \text{resto} \end{array} \quad \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} 3x^2 + 9x + 2 \end{array} \right\} \text{cociente} \\ \downarrow \\ 3x^4 : x^2 \\ \downarrow \\ 9x^3 : x^2 \\ \downarrow \\ 2x^2 : x^2 \end{array}$$

El cociente es $3x^2 + 9x + 2$ y el resto es $4x + 4$.

ACTIVIDADES

D 1

Resuelvan las siguientes divisiones.

a. $-24x^7 : 8x^4 =$ _____ b. $30x^5 : (-6x) =$ _____ c. $-42x^9 : (-7x^5) =$ _____

d. $(-10x^6 + 4x^3 - 18x^2) : 2x^2 =$ _____

e. $(20x^7 - 5x^4 - 45x^6) : (-5x^4) =$ _____

D 2

Hallen el cociente y el resto de las siguientes divisiones.

a. $(x^2 + 4x + 5) : (3 + x)$ _____ c. $(-5x - 4x^2 + x^4 + 2x^3) : (2 - x^2)$ _____

b. $(1 + 3x^3 - 8x) : (x^2 + 2x)$ _____

d. $(-2x^3 + 1 + x^5 + 4x^2) : (x - 1 + x^2)$ _____

D 3

Resuelvan las siguientes operaciones.

a. $(12x^6 + 8x^4 - 20x^5) : (-4x^4) - (2x + 3)(4 - 3x) =$ _____

b. $(x^2 + 2 - 3x) : (x - 2) + (20x^5 - 15x^6) : (-5x^5) =$ _____

c. $(x^2 - 1) : (3x - 4 + x^2) : (x + 1) - (x + 2)(x - 2) =$ _____

E

Regla de Ruffini. Teorema del resto



Lo que necesitamos conocer

Regla de Ruffini

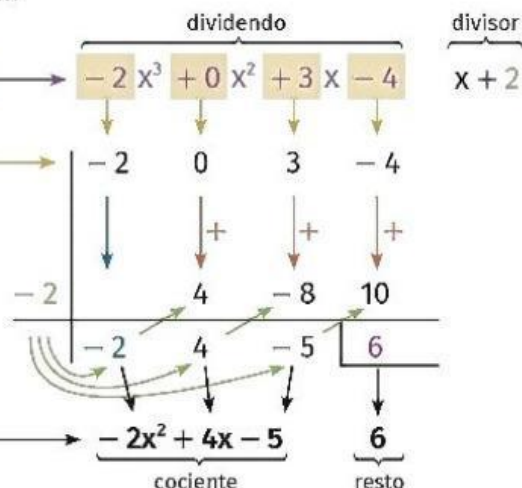
Es un método práctico que se utiliza para dividir un polinomio por otro de la forma $x + a$. Resolver $(3x - 2x^3 + 4) : (x + 2)$ aplicando la regla de Ruffini.

El polinomio dividendo debe estar completo y ordenado

Se escriben alineados los coeficientes del dividendo

El coeficiente principal se "baja" sin modificarlo; luego, se lo **multiplica** por el opuesto del término independiente del divisor y se **suma** con el segundo coeficiente; y así sucesivamente, hasta llegar al **resto**. Los números obtenidos son los coeficientes del cociente.

El cociente es un grado menor que el dividendo



$$(x^2 - 7) : (x - 3)$$

$$\text{Dividendo} \rightarrow x^2 + 0x - 7$$

	1	0	-7
3		3	9
	1	3	2

$$\text{Cociente} \rightarrow x + 3$$

$$\text{Resto} \rightarrow 2$$

$$(5x^2 - x^5 - 2x^3 + 20x) : (x + 1)$$

$$\text{Dividendo} \rightarrow -x^5 + 0x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 20x + 0$$

	-1	0	-2	5	20	0
-1		1	-1	3	-8	-12
	-1	1	-3	8	12	-12

$$\text{Cociente} \rightarrow -x^4 + x^3 - 3x^2 + 8x + 12$$

$$\text{Resto} \rightarrow -12$$

Teorema del resto

El **resto** de la división de un polinomio por otro de la forma $x + a$ es el valor numérico del polinomio para $x = -a$.

$$P(x) : (x + a) \rightarrow \text{El resto de la división es } P(-a).$$

En los ejemplos de las divisiones anteriores:

$$(x^2 - 7) : (x - 3) \rightarrow 3^2 - 7 = 9 - 7 = 2$$

$$(5x^2 - x^5 - 2x^3 + 20x) : (x + 1) \rightarrow 5(-1)^2 - (-1)^5 - 2(-1)^3 + 20(-1) = 5 + 1 + 2 - 20 = -12$$

Cuando el resto de $P(x) : Q(x)$ es **0**, la división es **exacta** y significa que $P(x)$ es **divisible** por $Q(x)$.

$$R(x) = (x^2 - 5x + 6) \wedge S(x) = (x - 3) \rightarrow \text{El resto de } R(x) : S(x) \text{ es } R(3).$$

$$R(5) = 3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 0 \rightarrow R(x) \text{ es divisible por } S(x).$$

Para seguir avanzando

Hallen el valor de **a** para que $(x^2 + 6x + a)$ sea divisible por $(x + 2)$.

ACTIVIDADES

E 1

Resuelvan cada regla y escriban el dividendo, el divisor, el cociente y el resto.

a. Dividendo: _____

Divisor: _____

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -11 & 3 & 14 \\ 5 & & & & \end{array}$$

Cociente: _____

Resto: _____

b. Dividendo: _____

Divisor: _____

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & -6 & -5 & 10 & -8 \\ -4 & & & & \end{array}$$

Cociente: _____

Resto: _____

E 2

Resuelvan aplicando la regla de Ruffini y escriban el cociente y el resto.

a. $(2x^3 - x^2 - 13x - 6) : (x - 3)$

c. $(-3x^3 + x^5 + x) : (x + 2)$

Cociente: _____

Resto: _____

b. $(2x^2 - x^4 - 8 - 5x) : (x - 2)$

Cociente: _____

Resto: _____

d. $(x^4 + 40 - 37x^2) : (x + 6)$

Cociente: _____

Resto: _____

Cociente: _____

Resto: _____

**E 3**

Resuelvan aplicando la regla de Ruffini y **verifiquen** por el teorema del resto.

a. $(7x - x^3 - 9 + 2x^2) : (x - 3)$

b. $(6 - 7x - x^3 - x^2 - 4x^4) : (x + 2)$

E 4

Calculen el resto de las siguientes divisiones.

a. $(-3x^2 - 7x - 5) : (x + 2)$

c. $(9 - 5x + 6x^5 + 2x^3) : (x + 1)$

b. $(x^3 - 5x^2 + 8x + 1) : (x - 3)$

d. $(-x^3 + 12x + 2x^2 + 7) : (x - 5)$

E 5

Hallen el o los valores de **a** que cumplan con cada condición.

a. $P(x)$ sea divisible por $Q(x)$.

$$\begin{cases} P(x) = x^3 + 3x^2 + ax + 6 \\ Q(x) = x + 2 \end{cases}$$

c. $P(x)$ sea divisible por $Q(x)$.

$$\begin{cases} P(x) = x^2 + 10x + 25 \\ Q(x) = x + a \end{cases}$$

b. El resto de $P(x) : Q(x)$ sea 2.

$$\begin{cases} P(x) = 2x^3 - ax^2 - 3x - 7 \\ Q(x) = x - 3 \end{cases}$$

d. $P(x)$ sea divisible por $Q(x)$.

$$\begin{cases} P(x) = x^2 + 2x - 15 \\ Q(x) = x + a \end{cases}$$

ACTIVIDADES

E 6

Calculen y coloquen una ✓ en el o los binomios por los que son divisibles $P(x)$.

a. $P(x) = 3x^2 - 48 \rightarrow x + 2$ ☐ $x - 4$ ☐ $x + 5$ ☐ $x + 4$ ☐ $x - 6$ ☐

b. $P(x) = x^2 + 4x - 12 \rightarrow x - 2$ ☐ $x + 1$ ☐ $x + 2$ ☐ $x + 6$ ☐ $x - 3$ ☐

c. $P(x) = 2x^3 + 54 \rightarrow x - 1$ ☐ $x + 3$ ☐ $x + 1$ ☐ $x - 9$ ☐ $x + 2$ ☐

d. $P(x) = 2x^2 - 6x - 8 \rightarrow x - 2$ ☐ $x + 2$ ☐ $x + 1$ ☐ $x + 3$ ☐ $x - 4$ ☐

E 7

Resuelvan cada cálculo combinado.

a. $10x + (3x^3 - 13x^2 + 2x + 8) : (3x + 2) - (x + 4)(x - 2) - 9 =$

b. $x^3 - (x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 7x - 2) : (x + 2) + (2x - 1)^2 =$

c. $(x^4 - x^2 + x + 1) : (x + 1) - (x^5 + 3x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 8) : (x^2 - 2) =$

Repasar lo aprendido

1. a. Reduzcan, ordenen y completen la expresión $-6x + x^5 - 5x^3 - 4x^5 + 8 + x^3 - x$.

b. Escriban el grado, el coeficiente principal y el término independiente.

2. Hallen el valor de **a** para que cada polinomio cumpla con la condición.

a. El coeficiente principal sea $-2 \rightarrow P(x) = 4x^2 - 7x + 3x^2 + 5 + ax^2$

b. Sea un trinomio $\rightarrow Q(x) = ax^4 - 2x^3 + 7x + 1 + 6x^4$

c. Tenga grado 2 $\rightarrow R(x) = x^3 - 9 - 2x^3 + 2x^2 - ax^3$

3. Calculen el valor de **b** que cumpla con cada condición.

a. $M(x) = 8 - 3x^2 + bx \wedge M(-2) = 20$

b. $N(x) = bx^3 + 4x^2 - 6x \wedge N(-3) = 0$

4. Coloquen **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

a. $x \cdot (-x + 1) = x - x^2$ ☐

d. $(-x - 1)^2 = -x^2 - 2x - 1$ ☐

b. $(-x - 1)(x + 1) = -(x + 1)^2$ ☐

e. $x^5 - 2x^4 = -x^4(2 - x)$ ☐

c. $(x^2 + 2)(x + 2) = (x + 2)^3$ ☐

f. $(x^2 + 1)^2 = x^4 + x^2 + 1$ ☐

5. Desarrollen las siguientes potencias.

a. $(2x^2 + 3)^2 =$

b. $(x^3 - 5)^2 =$

c. $(3x + 4)^3 =$

d. $(x^2 - 2x)^3 =$

6. Completen los casilleros vacíos.

a. $(x + \boxed{})^2 = \boxed{} + 49 + \boxed{}$

b. $(\boxed{} + \boxed{})^2 = 9x^4 + 36 + \boxed{}$

c. $(x + \boxed{})^3 = \boxed{} + 48x + \boxed{} + \boxed{}$

7. Resuelvan las siguientes operaciones.

a. $6(x - x^2) + 3x^2 \cdot 4x - (3x)^2 - 12x^3 =$

d. $3x^4(2x - 1)(1 + 2x) - (3x^3 - x)^2 =$

b. $(2x - 3)(7x^2 - x) - 6x^2(-5 + 3x) =$

e. $x^3 + (2x - 1)^3 - x(4x - 3)^2 + 5 =$

c. $(-3x^2 + 4x - 6)(2x + 5) + 2x(3x^2 - 4) =$

f. $(x^2 + x)^2 - (x^2 - 2) \cdot (3x^2 - 5x + 1) =$

8. Escriban el polinomio que resulta de cada expresión.

a. La suma entre el doble del cuadrado del anterior de un número y el cuadrado de su siguiente.

b. La diferencia entre el producto de dos números consecutivos y el cuadrado de su suma.