

E-LKM

MATEMATIKA

Menentukan Komposisi Fungsi



Nama :

Kelas :

Kelompok :



Informasi Umum

Kelas/Fase : XI NKPI 2/F

Mata Pelajaran : Matematika

Elemen/Topik : Aljabar/Komposisi Fungsi

Waktu : 3 JP



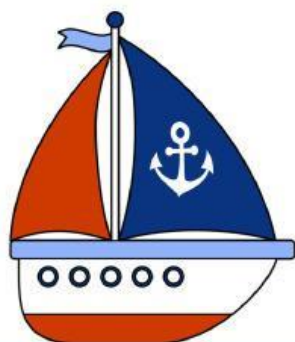
Tujuan Pembelajaran

Melalui serangkaian kegiatan pembelajaran berbantuan e-LKM, murid dapat menentukan dan menggabungkan berbagai aturan komposisi fungsi untuk memecahkan masalah kontekstual dalam kehidupan sehari-hari secara tepat.



Petunjuk Belajar

- Bacalah semua petunjuk belajar sebelum mulai menggunakan e-LKM.
- Isilah kolom identitas (nama dan kelas) pada halaman sampul e-LKM.
- Bacalah kompetensi yang harus dicapai setelah melaksanakan pembelajaran menggunakan e-LKM.
- Akseslah materi pembelajaran yang tersedia dalam e-LKM.
- Ikutilah urutan kegiatan secara sistematis pada e-LKM.
- Jawablah latihan soal yang tersedia pada e-LKM.





Ayo Menyimak!

Pernahkah kamu membayangkan bahwa hasil dari suatu fungsi dapat menjadi input bagi fungsi lainnya? 🤔

Yuk, simak video berikut untuk menemukan bagaimana kedua fungsi tersebut dapat digabungkan menjadi sebuah komposisi fungsi.



Berdasarkan video tersebut, dapat diketahui bahwa:

Jika fungsi f memetakan himpunan A ke B ($f: A \rightarrow B$) dan fungsi g memetakan B ke C ($g: B \rightarrow C$), maka fungsi komposisi $(g \circ f)(x)$ adalah pemetaan dari A langsung ke C yang didefinisikan sebagai:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

*Dibaca: "g bundaran f"

Komposisi fungsi menggambarkan suatu proses kerja yang dilakukan secara berantai, yaitu hasil dari fungsi pertama menjadi masukan bagi fungsi berikutnya. Konsep ini dapat diterapkan dalam berbagai situasi, termasuk dalam navigasi dan pengelolaan alat tangkap pada bidang NKPI.



Ayo Temukan!

Misalkan fungsi kecepatan kapal terhadap putaran mesin (RPM) dirumuskan sebagai $f(x) = 2x + 5$ (dengan x adalah ribuan RPM), dan fungsi jangkauan deteksi sonar terhadap kecepatan kapal dirumuskan sebagai $g(x) = x^2$.

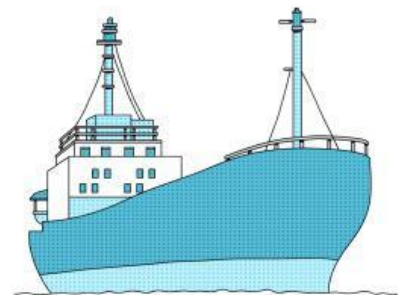
Dengan menggunakan rumus $f(x) = 2x + 5$, untuk:

$$x = 1 \rightarrow f(_) = 2(_) + 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = 2 \rightarrow f(_) = 2(_) + 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = 3 \rightarrow f(_) = 2(_) + 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = t \rightarrow f(_) = 2(_) + 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$



Jika x diganti dengan $g(x)$, diperoleh:

$$f(g(x)) = 2(_) + 5$$

Misalkan fungsi $h(x) = f(g(x)) = \underline{\hspace{2cm}}$

Fungsi $h(x)$ yang diperoleh dengan cara di atas, dinamakan fungsi komposisi g dan f . Fungsi ini dituliskan dengan $(f \circ g)$ yang dibaca "f bundaran g".

Berdasarkan hal tersebut, disimpulkan bahwa:

$$(f \circ g)(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$



Ayo Pasangkan!

Tarik garis soal berikut ke jawaban yang benar!

$$(f \circ g)(x) =$$

$$(g \circ f)(x) =$$

$$(h \circ f)(x) =$$

$$h(f(x))$$

$$f(g(x))$$

$$g(f(x))$$



Pendalaman Konsep

Sebelum kita masuk ke aktivitas kelompok, mari perhatikan kembali bagaimana dua buah fungsi dapat saling bekerja sama secara berantai.

Perhatikan ilustrasi mesin fungsi berikut:

Input (x) → [Fungsi Pertama (f)] → Output Sementara (f(x)) →
[Fungsi Kedua (g)] → Output Akhir (g(f(x)))

Konsep Kunci:

1. Nilai keluaran (output) dari fungsi yang dikerjakan pertama kali akan bertindak sebagai masukan (input) bagi fungsi yang dikerjakan berikutnya.
2. Notasi $(g \circ f)(x)$ artinya fungsi f dikerjakan terlebih dahulu, baru kemudian dilanjutkan oleh fungsi g.
3. Notasi $(f \circ g)(x)$ artinya fungsi g dikerjakan terlebih dahulu, baru kemudian dilanjutkan oleh fungsi f.



Contoh

Diketahui suatu fungsi kecepatan kapal terhadap putaran mesin (RPM) dinyatakan sebagai:

$$f(x) = 2x + 3$$

(dengan x adalah putaran mesin dalam ribuan RPM)

Sedangkan fungsi jarak tempuh kapal terhadap kecepatan tersebut dinyatakan sebagai:

$$g(x) = 3x - 1$$

Tentukanlah rumus fungsi komposisi $(g \circ f)(x)$ dan hitunglah jarak tempuh kapal jika putaran mesin $x = 2$ ribu RPM!

Bagaimana cara menyelesaikannya?



Penyelesaian

Langkah 1: Pahami arti notasi komposisi

Karena yang ditanyakan adalah $(g \circ f)(x)$, maka berdasarkan konsep di atas, fungsi yang bekerja pertama kali adalah $f(x)$, kemudian hasilnya dimasukkan ke fungsi $g(x)$.

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Langkah 2: Substitusikan rumus fungsi $f(x)$ ke dalam fungsi $g(x)$

- Ganti setiap variabel x pada fungsi $g(x) = 3x - 1$ dengan keseluruhan bentuk fungsi $f(x) = 2x + 3$.
- $g(f(x)) = 3(f(x)) - 1$
- $g(f(x)) = 3(2x + 3) - 1$

Langkah 3: Sederhanakan bentuk aljabarnya

- $g(f(x)) = (3 \times 2x) + (3 \times 3) - 1$
- $g(f(x)) = 6x + 9 - 1$
- $g(f(x)) = 6x + 8$

Maka, rumus fungsi komposisinya adalah $(g \circ f)(x) = 6x + 8$

Langkah 4: Hitung nilai untuk $x = 2$

- $(g \circ f)(2) = 6(2) + 8$
- $(g \circ f)(2) = 12 + 8$
- $(g \circ f)(2) = 20$

Jadi, jarak tempuh kapal pada putaran mesin 2 ribu RPM adalah 20 mil.



Mini Kuis Cepat

Jika diketahui $f(x) = x + 2$ dan $g(x) = x^2$, apakah hasil dari $(g \circ f)(x)$ akan bernilai sama persis dengan $(f \circ g)(x)$?

(Diskusikan dengan teman kelompokmu sebelum lanjut ke aktivitas berikutnya!)



Aktivitas 1

Sebuah kapal purse seine di perairan tertentu menggunakan dua tahap proses seleksi/pengolahan hasil tangkapan.



Tahap pertama adalah proses penyaringan ikan berdasarkan ukuran dengan fungsi $f(x) = x^2 - 2x - 3$ (di mana x adalah berat sampel awal ikan dalam kg). Tahap kedua adalah proses sortir mutu kesegaran di dingin palka (cold storage) yang mengikuti fungsi $g(x) = 3x + 4$. Jika berat sampel ikan mentah yang diangkat ke dek adalah 10 kg, berapa kualitas/nilai akhir produk ikan tersebut?



Dari ilustrasi di atas, terlihat jelas bahwa seleksi hasil tangkapan terdiri dari dua tahap. Hasil dari setiap tahap dapat kita hitung sebagai berikut.

Hasil Tahap I

Rumus fungsi pada tahap I adalah $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

Untuk $x = 10$ (berat sampel ikan mentah), diperoleh:

$$f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$f(10) = (\underline{\hspace{1cm}})^2 - 2(\underline{\hspace{1cm}}) - 3$$

$$f(10) = \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}}$$

$$f(10) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Maka hasil penyaringan di tahap I ada sebanyak $\underline{\hspace{1cm}}$ kg ikan.

Hasil Tahap II

Rumus fungsi pada tahap II adalah $g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

Karena hasil penyaringan ikan di tahap I akan dilanjutkan dengan penyortiran di tahap II, maka hasil tahap I menjadi dasar terhadap proses tahap II, yaitu $\underline{\hspace{1cm}}$ kg.

$$g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$g(\underline{\hspace{1cm}}) = 3(\underline{\hspace{1cm}}) + 4$$

$$g(\underline{\hspace{1cm}}) = \underline{\hspace{1cm}} + 4$$

$$g(\underline{\hspace{1cm}}) = \underline{\hspace{1cm}}$$

Dengan demikian hasil penyortiran di tahap II adalah $\underline{\hspace{1cm}}$ kg ikan.

Menggunakan Cara Fungsi Komposisi

Diketahui fungsi-fungsi sebagai berikut:

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

$$g(x) = 3x + 4$$

Dengan menggunakan rumus fungsi komposisi, karena fungsi $f(x)$ yang dikerjakan terlebih dahulu, maka:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$(g \circ f)(x) = 3(\underline{\hspace{1cm}}) + 4$$

$$(g \circ f)(x) = \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} + 4$$

$$(g \circ f)(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Selanjutnya, dengan berat sampel ikan mentah sebanyak 10 kg, didapatkan hasil sebagai berikut:

$$(g \circ f)(10) = \underline{\hspace{1cm}}(\underline{\hspace{1cm}})^2 - \underline{\hspace{1cm}}(\underline{\hspace{1cm}}) - \underline{\hspace{1cm}}$$

$$(g \circ f)(10) = \underline{\hspace{1cm}}(\underline{\hspace{1cm}}) - \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}}$$

$$(g \circ f)(10) = \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}}$$

$$(g \circ f)(10) = \underline{\hspace{1cm}}$$

Jadi hasil komposisi fungsi adalah sama yaitu $\underline{\hspace{1cm}}$ kg ikan.



Aktivitas 2

Sebuah kapal penangkap ikan bergerak dari pelabuhan menuju titik koordinat A dengan fungsi jarak terhadap waktu $g(x) = 4x + 2$ (x adalah waktu) dalam mil laut.



Sesampainya di sana, waktu operasional penyebaran jaring dipengaruhi oleh jarak tersebut dengan fungsi pendapatan hasil tangkapan $f(x) = 5x^2 - 10$. Jika waktu pelayaran $x = 3$ jam, berapakah estimasi nilai hasil tangkapannya?



Dari ilustrasi di atas, terlihat jelas bahwa hasil tangkapan ditentukan oleh jarak kapal yang dipengaruhi oleh waktu.

Hasil Tahap I

Rumus fungsi pada tahap I adalah $g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

Untuk $x = 3$ (waktu pelayaran), diperoleh:

$$g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$g(3) = 4(\underline{\hspace{1cm}}) + 2$$

$$g(3) = \underline{\hspace{1cm}} + 2$$

$$g(3) = \underline{\hspace{1cm}}$$

Maka jarak yang ditempuh kapal adalah $\underline{\hspace{1cm}}$ mil laut.

Hasil Tahap II

Rumus fungsi pada tahap II adalah $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

Karena hasil tangkapan ditentukan oleh jarak yang ditempuh kapal pada tahap I, maka hasil tahap I menjadi dasar terhadap proses tahap II, yaitu $\underline{\hspace{1cm}}$ mil laut.

$$f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$f(\underline{\hspace{1cm}}) = 5(\underline{\hspace{1cm}})^2 - 10$$

$$f(\underline{\hspace{1cm}}) = 5(\underline{\hspace{1cm}}) - 10$$

$$f(\underline{\hspace{1cm}}) = \underline{\hspace{1cm}} - 10$$

$$f(\underline{\hspace{1cm}}) = \underline{\hspace{1cm}}$$

Dengan demikian nilai hasil tangkapan ikannya adalah $\underline{\hspace{1cm}}$.

Menggunakan Cara Fungsi Komposisi

Diketahui fungsi-fungsi sebagai berikut:

$$f(x) = 5x^2 - 10 \qquad g(x) = 4x + 2$$

Dengan menggunakan rumus fungsi komposisi, karena fungsi $g(x)$ yang dikerjakan terlebih dahulu, maka:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$(f \circ g)(x) = 5(\underline{\hspace{1cm}})^2 - 10$$

$$(f \circ g)(x) = 5[(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})] - 10$$

Selanjutnya, dengan waktu pelayaran selama 3 jam, didapatkan hasil sebagai berikut:

$$(f \circ g)(3) = 5[(\underline{\hspace{1cm}}(\underline{\hspace{1cm}}) + \underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}}(\underline{\hspace{1cm}}) + \underline{\hspace{1cm}})] - 10$$

$$(f \circ g)(3) = 5[(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})] - 10$$

$$(f \circ g)(3) = 5(\underline{\hspace{1cm}}) - 10$$

$$(f \circ g)(3) = \underline{\hspace{1cm}} - 10$$

$$(f \circ g)(3) = \underline{\hspace{1cm}}$$

Jadi hasil komposisi fungsi adalah sama yaitu $\underline{\hspace{1cm}}$ tangkapan ikan.



Ayo Menyimpulkan!

Perhatikan kedua ilustrasi berikut!



Berdasarkan bagan tersebut, untuk menentukan _____, fungsi yang dikerjakan terlebih dahulu adalah fungsi _____, kemudian dilanjutkan dengan fungsi _____.



Berdasarkan bagan tersebut, untuk menentukan _____, fungsi yang dikerjakan terlebih dahulu adalah fungsi _____, kemudian dilanjutkan dengan fungsi _____.

Jadi, dapat disimpulkan:

Pada komposisi $(g \circ f)$, fungsi _____ dikerjakan terlebih dahulu, kemudian fungsi _____.

Pada komposisi $(f \circ g)$, fungsi _____ dikerjakan terlebih dahulu, kemudian fungsi _____.



Refleksi

Setelah belajar hari ini, saya ...

☐

Sudah paham 😊

☐

Masih bingung 😞

Sekarang, coba cek pemahamanmu!

☐

Saya tahu bahwa $g(f(x))$ dan $f(g(x))$ itu belum tentu sama.

☐

Saya tahu urutan pengerjaan itu penting dalam fungsi komposisi.

☐

Saya masih perlu latihan membedakan $g(f(x))$ dan $f(g(x))$.