Bahan Ajar Matematika

TRANFORMASI GEOMETRI



Disusun oleh :
Dr. Nani Ratnaningsih, M.Pd.
Dr. Hetty Patmawati, M.Pd.
Depi Ardian Nugraha, M.Pd.
Fajri Nur Hidayatulloh
Aufa Dzakiya Aziza

LIVEWORKSHEETS

KEGIATAN 3
Rotasi (Perputaran)

Tahukah kamu?



Gambar 3. Payung Geulis

Pernahkah kamu melihat Payung Geulis? Payung Geulis merupakan salah satu kerajinan khas Tasikmalaya yang telah berkembang secara turun-temurun di masyarakat. Pada awalnya, payung ini tidak hanya digunakan sebagai pelindung dari panas dan hujan, tetapi juga berkembang menjadi bagian dari seni dan budaya masyarakat Tasikmalaya. Keindahannya terlihat dari penggunaan bahan tradisional, warna, serta motif hias yang dibuat secara khas pada bagian permukaannya.

Selain motif dan warnanya, terdapat bagian yang menarik untuk diamati, yaitu kerangka Payung Geulis. Kerangka tersebut tersusun dari beberapa bagian yang mengelilingi satu titik pusat dan membentuk susunan yang teratur. Jika diperhatikan, bagian-bagian kerangka tersebut memiliki bentuk yang sama dengan posisi yang berbeda. Nah, bisakah kamu menemukan pola yang terbentuk dari susunan kerangka Payung Geulis tersebut?

LIVEWORKSHEETS

Ayo Mengamati!

Perhatikan gambar kerangkan Payung Geulis yang terdapat pada video di bawah!

Setelah mengamati kerangka Payung Geulis pada slide PPT sebelumnya, sekarang kita identifikasi kerangka tersebut dengan menjawab pertanyaan-pertanyaan berikut. Pilihlah jawaban yang sesuai berdasarkan hasil pengamatanmu.

1. Apakah bentuk setiap kerangka pada Payung Geulis tetap sama atau mengalami perubahan?

2. Apakah panjang kerangka tersebut tetap atau mengalami perubahan?

3. Apakah kerangka tersebut mengalami perpindahan?

4. Apakah arah kerangka terhadap titik pusat tetap, berputar, arau berubah menjadi bayangan cermin?

LIVEWORKSHEETS

Ayo Eksplorasi!

Untuk memahami lebih mendalam terkait konsep rotasi pada Kerangka Payung Geulis, mari kita eksplorasi melalui software GeoGebra dengan pusat rotasi dititik O (0,0). Sekarang kita akan berfokus pada sudut +90°. Silahkan klik tautan yang telah disediakan di bawah ini untuk memulai eksplorasi.

HTTPS://WWW.GEOGEBRA.ORG/CLASSIC/CA2RMQCM

Lengkapi koordinat kedua titik sudut bangun awal dan bangun bayangan hasil eksplorasi GeoGebra pada tabel dibawah ini!

Titik Koordinat Awal	Derajat	Titik Koorfinat Bayangan
P_1 (... , ...)	+90 °	P_1' (... , ...)
P_2 (... , ...)	...	P_2' (... , ...)
P_3 (... , ...)	...	P_3' (... , ...)
P_4 (... , ...)	...	P_4' (... , ...)

Catatan

Jika arah putaran berlawanan arah jarum jam, maka sudut rotasinya bernilai positif (+). Sebaliknya jika arah putaran. searah jarum jam maka sudut rotasinya bernilai negatif (-).

LIVEWORKSHEETS

Ayo Eksplorasi!

Untuk menemukan rumus rotasi sebesar +90°, jawab terlebih dahulu pertanyaan penuntun di bawah ini berdasarkan data pada tabel yang telah kamu susun.

1. Perhatikan nilai x′, apakah x′ itu sama dengan −y (nilai y yang dibalik tandanya)? Apakah pola ini konsisten pada pasangan titik lain?

2. Perhatikan nilai y′, apakah y′ itu sama dengan x (nilai x asli, tanpa dibalik tandanya)? Apakah pola ini konsisten pada pasangan titik lain?

3. Berdasarkan dua pola itu, bagaimana kamu menuliskan hubungan x′ dalam bentuk perkalian dengan y? Dan y′ dalam bentuk x?

   $x' = -1 \times y = ...$

   $y' = ...$

Catatan

Rotasi +90° (berlawanan arah jarum jam) akan menghasilkan titik akhir yang sama dengan rotasi -270° (searah jarum jam). Hal ini terjadi karena selisih kedua sudut tersebut adalah 360° atau satu putaran penuh.

LIVEWORKSHEETS

Ayo Eksplorasi!

Sebelumnya, kalian telah menemukan rumus rotasi +90° dan -270°. Sekarang kita akan berfokus pada sudut +180°. Silahkan klik tautan yang telah disediakan di bawah ini untuk memulai eksplorasi.

HTTPS://WWW.GEOGEBRA.ORG/CLASSIC/CA2RMQCM

Lengkapi koordinat kedua titik sudut bangun awal dan bangun bayangan hasil eksplorasi GeoGebra pada tabel dibawah ini!

Titik Koordinat Awal	Derajat	Titik Koorfinat Bayangan
P_1 (... , ...)	+180°	P_1' (... , ...)
P_2 (... , ...)	...	P_2 ' (... , ...)

Untuk menemukan rumus rotasi sebesar +180°, jawab terlebih dahulu pertanyaan penuntun di bawah ini berdasarkan data pada tabel yang telah kamu susun.

1. Perhatikan nilai x′, Apakah x′ itu kebalikan tanda dari x? Apakah pola ini konsisten pada pasangan titik lain?

2. Lakukan hal yang sama untuk y dan y′, apakah y′ juga kebalikan tanda dari y? Apakah pola ini konsisten pada pasangan titik lain?

LIVEWORKSHEETS

Ayo Eksplorasi!

3. "Kebalikan tanda" bisa ditulis dalam bentuk perkalian dengan −1. Bagaimana cara menuliskan hubungan x dengan x′, dan y dengan y′, dalam bentuk perkalian?

$x' = -1 \times \ldots = \ldots$

$y' = -1 \times \ldots = \ldots$

Catatan

Pada rotasi yang berpusat di titik O (0,0), rotasi +180° (berlawanan arah jarum jam) akan menghasilkan posisi akhir yang sama dengan rotasi −180° (searah jarum jam). Hal ini karena kedua rotasi tersebut sama-sama menunjukkan setengah putaran (180°).

Ayo Eksplorasi!

Sebelumnya, kalian telah menemukan rumus rotasi +180° dan -180°. Sekarang kita akan berfokus pada sudut +270°. Silahkan klik tautan yang telah disediakan di bawah ini untuk memulai eksplorasi.

HTTPS://WWW.GEOGEBRA.ORG/CLASSIC/CA2RMQCM

Lengkapi koordinat kedua titik sudut bangun awal dan bangun bayangan hasil eksplorasi GeoGebra pada tabel dibawah ini!

Titik Koordinat Awal	Derajat	Titik Koorfinat Bayangan
P_1 (... , ...)	+270°	P_1' (... , ...)
P_2 (... , ...)	...	P_2' (... , ...)

LIVEWORKSHEETS

Untuk menemukan rumus rotasi sebesar +270°, jawab terlebih dahulu pertanyaan penuntun di bawah ini berdasarkan data pada tabel yang telah kamu susun.

1. Perhatikan nilai x′, apakah x′ itu sama dengan y? Apakah pola ini konsisten pada pasangan titik lain?

2. Perhatikan nilai y′, apakah y′ itu sama dengan −x (nilai x yang dibalik tandanya)? Apakah pola ini konsisten pada pasangan titik lain?

3. Berdasarkan dua pola itu, bagaimana kamu menuliskan hubungan x′ dalam bentuk perkalian dengan y? Dan y′ dalam bentuk x?

$x' = ...$

$y' = -1 \times .... = ...$

Catatan

Rotasi +270° (berlawanan arah jarum jam) akan menghasilkan posisi akhir yang sama dengan rotasi −90° (searah arah jarum jam). Hal ini terjadi karena kedua sudut tersebut memiliki selisih 360° atau satu putaran penuh.

LIVEWORKSHEETS

Catatan

Ternyata rotasi +90°, 180°, dan +270° terhadap titik pusat O(0,0) mempunyai rumus yang berbeda-beda, padahal ketiganya sama-sama mengalami rotasi (perputaran). Meskipun rumusnya berbeda, ketiganya tetap memiliki sifat rotasi yang sama: titik asal dan titik bayangannya memiliki jarak yang sama terhadap titik pusat rotasi, dan besar sudut antara garis titik asal ke pusat dengan garis titik bayangan ke pusat, sama dengan besar sudut rotasi yang diberikan.

Ayo Buktikan!

Kamu telah menemukan rumus rotasi terhadap titik pusat O(0,0). Buktikan tiga rumus perputaran lainnya di titik pusat P(a,b) dengan apa yang telah kamu temukan sebelumnya. Perhatikan tabel rumus dibawah ini.

Besar Rotasi		Koordinat Bayangan
+	-	
90°	270°	A (x,y) menjadi A' (a-y+b, b+x-a)
180°	180°	A (x,y) menjadi A' (2a - x, 2b - y)
270°	90°	A (x,y) menjadi A' (a+y-b, b-x+a)

LIVEWORKSHEETS

Ayo Buktikan!

RUMUS ROTASI SUDUT +90°dan -270°

(a-y+b, b+x-a)

Untuk membuktikan rumus rotasi terhadap sudut +90° dan -270°, buka GeoGebra melalui tautan yang telah disediakan di bawah. Amati hasil rotasi yang ditampilkan.

HTTPS://WWW.GEOGEBRA.ORG/CLASSIC/CA2RMQCM

Berdasarkan hasil pengamatan pada GeoGebra dan sifat-sifat rotasi yang telah kamu temukan sebelumnya, buktikan bahwa rumus tersebut benar. Berilah tanda centang (✓) pada setiap sifat rotasi yang terpenuhi oleh hasil bayangan berdasarkan rumus yang digunakan. Jika seluruh sifat rotasi terpenuhi, maka rumus tersebut terbukti sesuai dengan sifat-sifat rotasi.

Sifat-Sifat Rotasi	Ya	Tidak
Apakah titik asal dan titik bayangannya memiliki jarak yang sama terhadap titik pusat rotasi?	☐	☐
Apakah besar sudut antara garis titik asal ke pusat dengan garis titik bayangan ke pusat, sama dengan besar sudut rotasi yang diberikan?	☐	☐

LIVEWORKSHEETS

Ayo Buktikan!

RUMUS ROTASI SUDUT +180°dan -180°

(2a - x, 2b - y)

Untuk membuktikan rumus rotasi terhadap sudut +180° dan -180°, buka GeoGebra melalui tautan yang telah disediakan di bawah. Amati hasil rotasi yang ditampilkan.

HTTPS://WWW.GEOGEBRA.ORG/CLASSIC/CA2RMQCM

Berdasarkan hasil pengamatan pada GeoGebra dan sifat-sifat rotasi yang telah kamu temukan sebelumnya, buktikan bahwa rumus tersebut benar. Berilah tanda centang (✓) pada setiap sifat rotasi yang terpenuhi oleh hasil bayangan berdasarkan rumus yang digunakan. Jika seluruh sifat rotasi terpenuhi, maka rumus tersebut terbukti sesuai dengan sifat-sifat rotasi.

Sifat-Sifat Rotasi	Ya	Tidak
Apakah titik asal dan titik bayangannya memiliki jarak yang sama terhadap titik pusat rotasi?	☐	☐
Apakah besar sudut antara garis titik asal ke pusat dengan garis titik bayangan ke pusat, sama dengan besar sudut rotasi yang diberikan?	☐	☐

LIVEWORKSHEETS

Ayo Buktikan!

RUMUS ROTASI SUDUT +270°dan -90°

(a+y-b, b-x+a)

Untuk membuktikan rumus rotasi terhadap sudut +270° dan -90°, buka GeoGebra melalui tautan yang telah disediakan di bawah. Amati hasil rotasi yang ditampilkan.

HTTPS://WWW.GEOGEBRA.ORG/CLASSIC/CA2RMQCM

Berdasarkan hasil pengamatan pada GeoGebra dan sifat-sifat rotasi yang telah kamu temukan sebelumnya, buktikan bahwa rumus tersebut benar. Berilah tanda centang (✓) pada setiap sifat rotasi yang terpenuhi oleh hasil bayangan berdasarkan rumus yang digunakan. Jika seluruh sifat rotasi terpenuhi, maka rumus tersebut terbukti sesuai dengan sifat-sifat rotasi.

Sifat-Sifat Rotasi	Ya	Tidak
Apakah titik asal dan titik bayangannya memiliki jarak yang sama terhadap titik pusat rotasi?	☐	☐
Apakah besar sudut antara garis titik asal ke pusat dengan garis dan garis titik bayangan ke pusat sama dengan besar sudut rotasi yang diberikan?	☐	☐

LIVEWORKSHEETS

Ayo Mencoba!

Teh Nisa adalah seorang pengrajin Payung Geulis di Tasikmaya. Beliau sedang melukis motif hiasan bunga melingkar yang indah pada kain payung. Saat melukis, Payung Geulis diletakkan di atas meja putar sehingga dapat diputar dengan mudah tanpa merusak kerangka bambunya. Sebuah titik kelopak bunga utama diposisikan pada koordinat A (6,2) pada bidang Keartesius. Untuk melukis kelopak bunga berikutnya secara presisi, Teh Nisa memutar kain payung sebeasar 90° berlawanan arah jarum jam dengan poron payung terletak pada titik pusat O(0,0). Tentukan koordinat titik kelopak bunga A' setelah diputar!

Diketahui:

- Koordinat titik awal kelopak bunga: A(x,y) = A(..... , ...)
- Titik pusat rotasi: O(0,0)
- Sudut rotasi: a = +90° (berlawanan arah jarum jam)

Ditanyakan:
Koordinat titik bayangan A' setelah dirotasikan R[O, ...°]

Penyelesaian:
Menggunakan rumus rotasi terhadap titik pusat O(0,0) sebesar 90°:
x' = -.....
y' = ...
Substitusikan titik A(6,2):
x' = -.....
y' = ...
Sehingga diperoleh koordinat A'(..... , ...)

Jadi, posisi titik kelopak bunga yang baru setelah Payung Geulis diputar 90° berlawanan arah jarum jam berada pada koordinat A'(..... , ...).

LIVEWORKSHEETS

Kesimpulanku

Apa yang dimaksud dengan rotasi?

Berdasarkan hasil pengamatanmu sebelumnya, sebutkan sifat-sifat rotasi yang telah kamu temukan!

Berdasarkan hasil pengamatanmu, sebutkan rumus-rumus rotasi yang telah kamu temukan!

LIVEWORKSHEETS