

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

PEMBELAJARAN MENDALAM (DEEP LEARNING): PERMUTASI DAN KOMBINASI

Mata Pelajaran: Matematika Wajib | Kelas/Semester: XII / Ganjil | Kurikulum Merdeka

Nama Siswa	:		Kelompok	:	
					
					
Kelas / No. Absen	:		Tanggal	:	
					
					

☐ Petunjuk Penggunaan Lembar Kerja Terbimbing

Dokumen ini dirancang dengan pendekatan **Penyelesaian Terbimbing (Guided Problem Solving)** untuk memfasilitasi pembelajaran mendalam (*Deep Learning*). Setiap soal tidak hanya menyajikan pertanyaan, tetapi juga memberikan struktur berpikir runtut yang terbagi menjadi 4 tahap:

1. **Tahap 1: Identifikasi & Analisis Masalah** — Memahami syarat soal dan menentukan apakah urutan berpengaruh.
2. **Tahap 2: Formulasi Strategi Matematis** — Memilih rumus dan metode pencacahan yang tepat.
3. **Tahap 3: Eksekusi Perhitungan Terbimbing** — Melengkapi bagian rumpang [.....] dengan angka, rumus, atau alasan yang tepat.
4. **Tahap 4: Refleksi & Analisis Konseptual** — Menarik kesimpulan dan menghindari miskonsepsi umum.

☐ Ringkasan Konsep & Matriks Keputusan

Parameter	Permutasi (P)	Kombinasi (C)
Prinsip Utama	Urutan DIPERHATIKAN	Urutan TIDAK

Parameter	Permutasi (P)	Kombinasi (C)
	$(AB \neq BA)$	DIPERHATIKAN $(AB = BA)$
Contoh Penerapan	PIN/Password, Juara lomba, Jabatan pengurus, Posisi duduk berjejer/melingkar.	Memilih anggota tim, Mengambil kelereng/kartu, Jabat tangan, Memilih soal ujian.
Formulasi Dasar	$P(n, r) = n! / (n - r)!$	$C(n, r) = n! / [r! \times (n - r)!]$
Variasi Khusus	• Siklis (Melingkar): $(n - 1)!$ • Unsur Sama: $n! / (k! \times m! \dots)$	• Pemisahan Kasus (Aturan Penjumlahan) • Kombinasi Bersyarat (Aturan Perkalian)

□ Kumpulan Soal & Lembar Penyelesaian Terbimbing

Soal 1: Penyusunan PIN Keamanan (Aturan Perkalian / Filling Slots Bersyarat)

Skenario Masalah:

Sebuah aplikasi perbankan mengharuskan pengguna membuat PIN keamanan yang terdiri dari **4 digit angka** yang dipilih dari himpunan angka {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} tanpa ada angka yang berulang. Sistem menetapkan dua syarat khusus:

1. Digit terakhir (digit ke-4) harus berupa **angka genap**.
2. Digit pertama (digit ke-1) **tidak boleh berupa angka 1**.

Berapa banyak kombinasi PIN unik yang dapat dibuat?

Langkah 1: Analisis Masalah & Identifikasi Syarat

- Banyak pilihan digit angka semula $(n) = [\dots]$ digit.
- Apakah urutan angka pada PIN diperhatikan? (Ya / Tidak): $[\dots]$, karena PIN 1234 **[sama / tidak sama]** dengan PIN 4321.
- Digit ke-4 (paling kanan) harus genap, maka opsi angka yang memenuhi adalah: $\{ [\dots] \}$. Total ada $[\dots]$ pilihan.
- Digit ke-1 tidak boleh angka 1 DAN tidak boleh sama dengan angka yang sudah dipakai

di digit ke-4.

Langkah 2: Formulasi Strategi Pengisian Tempat (Filling Slots)

Urutan pengisian kotak yang paling aman untuk menghindari konflik pembatasan adalah:

Pengisian Digit ke-4 → Pengisian Digit ke-1 → Pengisian Digit ke-2 → Pengisian Digit ke-3.

Langkah 3: Eksekusi Perhitungan Terbimbing

Posisi Digit	Penjelasan & Batasan Syarat	Banyak Cara/Opsi Pilihan
Digit ke-4	Harus angka genap dari {1,2,3,4,5,6,7}	[.....] pilihan
Digit ke-1	Tidak boleh angka '1' DAN tidak boleh sama dengan angka di Digit 4 ($7 - 1 - 1 = \dots$)	[.....] pilihan
Digit ke-2	Bebas dari sisa angka yang belum dipakai di Digit 4 dan Digit 1 ($7 - 2 = \dots$)	[.....] pilihan
Digit ke-3	Bebas dari sisa angka yang belum dipakai di Digit 4, 1, dan 2 ($7 - 3 = \dots$)	[.....] pilihan

Berdasarkan Aturan Perkalian, total kombinasi PIN unik yang dapat dibentuk adalah:

Total PIN = [.....] × [.....] × [.....] × [.....] = [.....] **cara**.

Langkah 4: Refleksi & Analisis Miskonsepsi

Mengapa kita harus mengisi digit ke-4 terlebih dahulu sebelum digit ke-1? Jelaskan alasanmu!

Jawab:

.....
.....
.....

Soal 2: Permutasi Objek Berdampingan / Pengelompokan (Posisi Duduk)

Skenario Masalah:

Dalam sebuah wawancara kerja, 7 orang peserta (4 laki-laki dan 3 perempuan) akan duduk berjejer pada 7 kursi yang disusun dalam satu baris. Jika ketiga peserta perempuan mensyaratkan untuk **selalu duduk berdampingan** satu sama lain, berapakah banyak susunan posisi duduk yang mungkin terjadi?

Langkah 1: Identifikasi & Metode Pengelompokan (Blok)

- Total peserta = 7 orang (4 Laki-laki, 3 Perempuan).
- Karena 3 perempuan harus selalu berdampingan, kita ikat 3 perempuan tersebut dianggap sebagai [.....] **objek tunggal / 1 blok**.

Langkah 2: Menghitung Jumlah Objek Efektif & Permutasi Luar

- Jumlah objek yang disusun sekarang = 4 Laki-laki + 1 Blok Perempuan = [.....] objek.
- Banyak cara menyusun [.....] objek tersebut secara berjejer (Permutasi Luar) adalah:
 $P_{\text{luar}} = [.....]! = [..... \times \times \times] = [.....] \text{ cara.}$

Langkah 3: Menghitung Permutasi Dalam & Hasil Akhir

- Di dalam blok perempuan itu sendiri, 3 perempuan dapat saling bertukar posisi duduk (Permutasi Dalam).
- Banyak cara pertukaran internal 3 perempuan tersebut adalah:
 $P_{\text{dalam}} = [.....]! = [..... \times \times] = [.....] \text{ cara.}$
- Dengan Prinsip Perkalian, total susunan posisi duduk seluruh peserta adalah:
 $\text{Total Susunan} = P_{\text{luar}} \times P_{\text{dalam}} = [.....] \times [.....] = [.....] \text{ susunan.}$

Langkah 4: Refleksi Konseptual

Jika syarat diubah menjadi "ketiga perempuan TIDAK BOLEH saling berdampingan", jelaskan secara rinci strategi pencacahan apa yang paling tepat digunakan!

Jawab:

.....

Soal 3: Permutasi Siklis Berkelompok (Meja Rapat Bundar)

Skenario Masalah:

Pengurus inti OSIS yang terdiri dari Ketua, Wakil Ketua, Sekretaris, dan 3 orang Anggota (total 6 orang) mengadakan rapat di meja makan bundar. Berapa banyak susunan tempat duduk melingkar yang dapat dibentuk jika **Ketua dan Wakil Ketua harus duduk berdampingan**?

Langkah 1: Analisis Model Susunan Melingkar

- Susunan berbentuk melingkar mengindikasikan penggunaan **Permutasi** [.....] dengan rumus umum $P = (n - 1)!$.

- Ketua (K) dan Wakil Ketua (W) harus selalu berdampingan, maka pasangan (K, W) diikat menjadi [.....] elemen gabungan.

Langkah 2: Eksekusi Perhitungan Terbimbing

- Menentukan jumlah elemen efektif yang disusun melingkar:
 $n_{\text{efektif}} = 1 \text{ (Pasangan KW)} + 1 \text{ (Sekretaris)} + 3 \text{ (Anggota)} = [\dots]$ elemen.
- Menhitung Permutasi Siklis Luar:
 $P_{\text{siklis}} = (n_{\text{efektif}} - 1)! = ([\dots] - 1)! = [\dots]! = [\dots]$ cara.
- Menhitung Permutasi Internal Pasangan (K, W):
 Posisi Ketua dan Wakil Ketua dapat saling bertukar tempat: $P_{\text{internal}} = 2! = [\dots]$ cara.
- Total susunan tempat duduk rapat:
 $\text{Total} = P_{\text{siklis}} \times P_{\text{internal}} = [\dots] \times [\dots] = [\dots]$ cara.

Langkah 3: Refleksi Miskonsepsi

Mengapa pada rumus permutasi siklis terdapat pengurangan angka 1, yaitu $(n - 1)!$?

Jawab:

.....

Soal 4: Kombinasi Bersyarat / Penjumlahan Kasus (Pembentukan Tim Sains)

Skenario Masalah:

Sebuah klub sains SMA akan membentuk tim delegasi perwakilan olimpiade beranggota **5 orang**. Calon peserta yang tersedia terdiri dari **6 siswa putra** dan **5 siswa putri**. Pembina menetapkan syarat bahwa dalam tim tersebut harus terdapat **sekurang-kurangnya 3 siswa putri**. Berapa banyak variasi tim yang dapat dibentuk?

Langkah 1: Memahami Konsep Pemilihan Tanpa Urutan & Pembagian Kasus

- Pemilihan anggota tim tidak memedulikan urutan posisi, sehingga menggunakan rumus [**Permutasi / Kombinasi**].
- Syarat "sekurang-kurangnya 3 siswa putri" dari total 5 anggota tim berarti kemungkinan jumlah putri adalah: **3 putri**, [.....] putri, atau [.....] putri.

Langkah 2: Eksekusi Perhitungan Tiap Kasus Terbimbing

Kasus 1: Terpilih 3 Putri DAN 2 Putra

- Memilih 3 Putri dari 5 Putri: $C(5, 3) = 5! / [3! \times (5-3)!] = (5 \times 4) / (2 \times 1) = [\dots]$ cara.
- Memilih 2 Putra dari 6 Putra: $C(6, 2) = 6! / [2! \times (6-2)!] = (6 \times 5) / (2 \times 1) = [\dots]$ cara.
- Banyak cara Kasus 1 = $C(5,3) \times C(6,2) = [\dots] \times [\dots] = [\dots]$ cara.

Kasus 2: Terpilih 4 Putri DAN 1 Putra

- Memilih 4 Putri dari 5 Putri: $C(5, 4) = 5! / [4! \times 1!] = [\dots]$ cara.
- Memilih 1 Putra dari 6 Putra: $C(6, 1) = 6! / [1! \times 5!] = [\dots]$ cara.

- Banyak cara Kasus 2 = $C(5,4) \times C(6,1) = [\dots] \times [\dots] = [\dots]$ cara.

Kasus 3: Terpilih 5 Putri DAN 0 Putra

- Memilih 5 Putri dari 5 Putri: $C(5, 5) = [\dots]$ cara.
- Memilih 0 Putra dari 6 Putra: $C(6, 0) = [\dots]$ cara.
- Banyak cara Kasus 3 = $C(5,5) \times C(6,0) = [\dots] \times [\dots] = [\dots]$ cara.

Langkah 3: Menggabungkan Hasil Keseluruhan (Aturan Penjumlahan)

Total Variasi Tim = Kasus 1 + Kasus 2 + Kasus 3

= $[\dots] + [\dots] + [\dots] = [\dots]$ variasi tim.

Langkah 4: Refleksi Aturan Pencacahan

Mengapa perkalian digunakan untuk menghitung tiap kasus (misal: Putri $\times$ Putra), namun penjumlahan digunakan untuk menggabungkan Kasus 1, Kasus 2, dan Kasus 3? Jelaskan prinsip dasarnya!

Jawab:

.....

Soal 5: HOTS - Perbandingan Konseptual Permutasi vs Kombinasi dalam Seleksi HRD

Skenario Masalah:

Sebuah perusahaan teknologi memanggil 8 orang kandidat terbaik untuk mengikuti seleksi akhir. HRD menetapkan dua skenario kebutuhan tim:

- **Skenario A:** Dipilih 3 orang untuk mengisi posisi **Staf Analis Data** (semua memiliki tugas dan kedudukan setara).
- **Skenario B:** Dipilih 3 orang untuk mengisi 3 posisi berbeda, yaitu **Manajer Proyek, Supervisor, dan Sekretaris Tim**.

Langkah 1: Identifikasi Urutan pada Kedua Skenario

- Pada Skenario A, apakah urutan nama yang terpilih memengaruhi hasil akhir? (Ya / Tidak): $[\dots]$, sehingga memakai rumus $[\dots]$.
- Pada Skenario B, apakah urutan nama yang terpilih memengaruhi jabatan yang didapat? (Ya / Tidak): $[\dots]$, sehingga memakai rumus $[\dots]$.

Langkah 2: Eksekusi Perhitungan Terbimbing

1. Perhitungan Skenario A (Kombinasi $C(8, 3)$):
 $C(8, 3) = 8! / [3! \times (8-3)!] = (8 \times 7 \times 6) / (3 \times 2 \times 1) = [\dots]$ cara.
2. Perhitungan Skenario B (Permutasi $P(8, 3)$):
 $P(8, 3) = 8! / (8-3)! = 8 \times 7 \times 6 = [\dots]$ cara.

Langkah 3: Analisis Hubungan Matematis Antara $P(n,r)$ dan $C(n,r)$

Bandingkan hasil Skenario B dengan Skenario A:

$$\text{Nilai Skenario B} / \text{Nilai Skenario A} = [\dots] / [\dots] = [\dots]$$

Perhatikan bahwa angka rasio hasil tersebut sama nilainya dengan faktorial dari jumlah orang yang terpilih, yaitu $[\dots]! = 3 \times 2 \times 1 = 6$.

Langkah 4: Kesimpulan Hubungan Konseptual

Lengkapilah persamaan umum hubungan antara Permutasi dan Kombinasi berikut:

$$P(n, r) = C(n, r) \times [\dots]!$$

Soal 6: HOTS - Permutasi Unsur Sama dengan Metode Sisip / Slotting (Kata "MATEMATIKA")

Skenario Masalah:

Tentukan berapa banyak susunan kata unik 10 huruf yang dapat dibentuk dari huruf-huruf pada kata "MATEMATIKA" dengan syarat **huruf vokal tidak boleh ada yang saling berdampingan!**

Langkah 1: Identifikasi Frekuensi Unsur Huruf

- Total huruf = 10 huruf.
- Huruf Vokal (5 huruf): A = [....], E = [....], I = [....].
- Huruf Konsonan (5 huruf): M = [....], T = [....], K = [....].

Langkah 2: Permutasi Huruf Konsonan Terlebih Dahulu

Susun 5 huruf konsonan (M, M, T, T, K) menggunakan rumus Permutasi Unsur Sama:

$$P_{\text{konsonan}} = 5! / ([\dots]! \times [\dots]! \times [\dots]!) = 120 / (2 \times 2 \times 1) = [\dots] \text{ cara.}$$

Langkah 3: Menyediakan Slot Kosong dan Menempatkan Huruf Vokal

Bayangkan 5 konsonan telah berjajar (K K K K K). Posisi slot kosong () disisipkan di antara dan di ujung konsonan:

$$_ K_1 _ K_2 _ K_3 _ K_4 _ K_5 _$$

- Jumlah slot kosong yang tersedia = $5 + 1 = [\dots]$ slot.
- Pilih 5 slot dari [....] slot untuk ditempati 5 huruf vokal: $C(6, 5) = [\dots]$ cara.
- Susun 5 huruf vokal (A, A, A, E, I) pada 5 slot terpilih (Permutasi Unsur Sama Vokal):
 $P_{\text{vokal}} = 5! / [\dots]! = 120 / 6 = [\dots]$ cara.
- Total cara penempatan vokal = $C(6, 5) \times P_{\text{vokal}} = [\dots] \times [\dots] = [\dots]$ cara.

Langkah 4: Hasil Akhir & Refleksi

Dengan Prinsip Perkalian, total susunan kata "MATEMATIKA" tanpa vokal berdampingan adalah:

$$\text{Total Susunan} = P_{\text{konsonan}} \times \text{Total Cara Vokal} = [\dots] \times [\dots] = [\dots] \text{ kata.}$$

□ Kunci Jawaban Isian & Panduan Verifikasi Guru

Nomor Soal	Ringkasan Jawaban Kunci Isian Rumpang	Hasil Akhir
Soal 1	$n = 7$; Ya; tidak sama; Opsi genap = $\{2, 4, 6\}$ (3 opsi); Digit 4 = 3; Digit 1 = 5; Digit 2 = 5; Digit 3 = 4.	300 cara
Soal 2	1 blok; 5 objek; $P_{\text{luar}} = 5! = 120$; $P_{\text{dalam}} = 3! = 6$; Total = 120×6 .	720 susunan
Soal 3	Siklis; 1 elemen; $n_{\text{efektif}} = 5$; $P_{\text{siklis}} = (5-1)! = 4! = 24$; $P_{\text{internal}} = 2! = 2$; Total = 24×2 .	48 cara
Soal 4	Kombinasi; 4 dan 5; K1: $10 \times 15 = 150$; K2: $5 \times 6 = 30$; K3: $1 \times 1 = 1$; Total = $150 + 30 + 1$.	181 tim
Soal 5	A: Tidak (Kombinasi); B: Ya (Permutasi); $C(8,3) = 56$; $P(8,3) = 336$; Rasio = $336 / 56 = 6$; $P(n,r) = C(n,r) \times r!$.	$P = C \times r!$
Soal 6	Vokal (A=3, E=1, I=1); Konsonan (M=2, T=2, K=1); $P_{\text{kons}} = 5!/(2!2!) = 30$; Slot = 6; $C(6,5) = 6$; $P_{\text{vokal}} = 5!/3! = 20$; Total Vokal = 120; Total = 30×120 .	3.600 kata