



TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah mengerjakan lembar kerja ini, peserta didik diharapkan mampu:

1. Menjelaskan definisi proyeksi ortogonal vektor beserta dua jenisnya.
2. Membedakan proyeksi skalar ortogonal dan proyeksi vektor ortogonal.
3. Menentukan proyeksi skalar dan proyeksi vektor dari suatu vektor terhadap vektor lain.
4. Menggunakan rumus proyeksi ortogonal untuk menyelesaikan perhitungan.
5. Menginterpretasikan proyeksi ortogonal secara geometris dan mengaitkannya dengan aplikasi nyata.



PENGANTAR

Proyeksi ortogonal digunakan untuk “memproyeksikan” suatu vektor pada arah vektor lain secara tegak lurus.

Proyeksi ini sangat berguna dalam berbagai bidang seperti fisika, teknik, dan komputer grafik.

A. KONSEP DASAR

1. Definisi

Proyeksi ortogonal dari vektor $\vec{a}$ pada vektor $\vec{b}$ (dengan $\vec{b} \neq \vec{0}$) adalah komponen vektor $\vec{a}$ pada arah $\vec{b}$ yang diperoleh melalui proyeksi tegak lurus.

2. Tiga Rumus Penting

a. Proyeksi Skalar Ortogonal

$$\text{comp}_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}$$

Hasil berupa bilangan skalar (panjang bertanda).

b. Proyeksi Vektor Ortogonal

$$\text{proj}_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$$

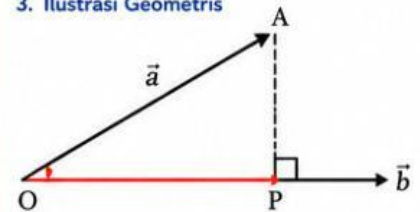
Hasil berupa vektor yang searah atau berlawanan arah dengan $\vec{b}$.

c. Panjang Proyeksi

$$|\text{proj}_{\vec{b}} \vec{a}| = \left| \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \right|$$

Hasil berupa panjang (nilai mutlak) komponen vektor $\vec{a}$ pada arah $\vec{b}$.

3. Ilustrasi Geometris



Keterangan:

- OP adalah proyeksi vektor $\vec{a}$ pada $\vec{b}$ (vektor proyeksi).
- Panjang OP adalah proyeksi skalar (bertanda).
- $\angle OPA$ adalah sudut antara $\vec{a}$ dan $\vec{b}$.

B. KEGIATAN 1 – MEMAHAMI KONSEP

1. Isilah titik-titik berikut!

- a. Proyeksi ortogonal adalah _____
- b. Proyeksi skalar ortogonal merupakan _____
- c. Proyeksi vektor ortogonal hasilnya berupa _____

2. Tentukan jenis proyeksi pada pernyataan berikut! (Tulis: Skalar / Vektor)

- a. Panjang bayangan vektor $\vec{a}$ pada arah $\vec{b}$ = _____
- b. $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$ = _____
- c. $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}$ = _____

3. Perhatikan gambar berikut.

Vektor $\vec{a}$ diproyeksikan pada arah $\vec{b}$. Vektor mana yang merupakan proyeksi vektor $\vec{a}$ pada $\vec{b}$?



Jawab: _____

C. KEGIATAN 2 – MENGGUNAKAN RUMUS

Hitunglah proyeksi skalar, proyeksi vektor, DAN panjang proyeksi dari $\vec{a}$ pada $\vec{b}$!

$$1. \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Proyeksi skalar: _____

Proyeksi vektor: _____

Panjang proyeksi: _____

$$2. \vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Proyeksi skalar: _____

Proyeksi vektor: _____

Panjang proyeksi: _____

$$3. \vec{a} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$$

Proyeksi skalar: _____

Proyeksi vektor: _____

Panjang proyeksi: _____

4. Soal Panjang Proyeksi (tanpa meminta proyeksi vektor)

Hitunglah panjang proyeksi $\vec{a}$ pada $\vec{b}$!

$$a. \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Jawab: _____

$$b. \vec{a} = (5, -1, 2), \vec{b} = (1, 2, 2)$$

Jawab: _____

$$c. \vec{a} = -3\vec{i} + 4\vec{j}, \vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j}$$

Jawab: _____

$$d. \vec{a} = (2, 2, 2), \vec{b} = (1, -1, 2)$$

Jawab: _____

D. KEGIATAN 3 – INTERPRETASI & APLIKASI

Sebuah kapal bergerak dengan kecepatan $\vec{v} = (6, 8)$ m/s. Arus sungai bergerak searah dengan vektor $\vec{u} = (1, 2)$ m/s.

1. Proyeksikan kecepatan kapal $\vec{v}$ pada arah arus $\vec{u}$.

Tentukan proyeksi skalar, proyeksi vektor, dan panjang proyeksi.

- Proyeksi skalar: _____ m/s
- Proyeksi vektor: _____ m/s
- Panjang proyeksi: _____ m/s

2. Interpretasikan hasil proyeksi skalar yang diperoleh!



E. REFLEKSI

Setelah mengerjakan LKPD ini, tuliskan hal-hal berikut!

1. Konsep penting apa yang kamu pahami? _____
2. Kesulitan apa yang kamu alami? _____
3. Di mana menurutmu konsep proyeksi ortogonal dapat digunakan dalam kehidupan nyata? _____

