الدرس الأول | التناسب

مفهوم التناسب

التناسب هو تساوى نسبتين أو معدلين على الأقل.

فمثلًا : $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ (تساوى نسبتين) ، $\frac{\text{4 بيضات}}{\text{1 كوب دقيق}} = \frac{\text{8 بيضات}}{\text{2 كوب دقيق}}$ (تساوى معدلين)

كتابة التناسب

- إذا كانت الكميات a ، b ، c ، d كميات متناسبة **فإن :** $\boxed{\frac{a}{b} = \frac{c}{d}}$

فمثلًا : 8 ، 6 ، 4 ، 3 كميات متناسبة **فإن :** $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

- **والعكس صحيح :** أى أنه إذا كان $\boxed{\frac{a}{b} = \frac{c}{d}}$ **فإن :** a ، b ، c ، d كميات متناسبة

فمثلًا : $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ **فإن :** 8 ، 6 ، 4 ، 3 كميات متناسبة

إذا كان : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

فإن :

الوسطان

$a : b = c : d$

الطرفان

خاصية الضرب التبادلى

فى أى تساوى بين نسبتين نجد أن : **حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين**

- إذا كان : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ **فإن :** $a \times d = b \times c$

فمثلًا : $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ **فإن :** $\underbrace{3 \times 8}_{24} = \underbrace{4 \times 6}_{24}$

- والعكس إذا كان : $a \times d = b \times c$ **فإن :** a ، b ، c ، d كميات متناسبة.

مثال 1 حدد أيًا من أزواج النسب التالية يمثل تناسبًا :

1 $\frac{3}{8}$ ، $\frac{6}{10}$

2 $\frac{8}{10}$ ، $\frac{12}{15}$

LIVEWORKSHEETS

الحل

- إذا كان حاصل ضرب الطرفين يساوى حاصل ضرب الوسطين فإن زوج النسب يمثل تناسبًا.
- إذا كانت النسبتان متكافئتين فإن زوج النسب يمثل تناسبًا.

1 $\frac{3}{8}$ ، $\frac{6}{10}$

3×10 ، 6×8

$30 \neq 48$

حاصل ضرب الطرفين $\neq$ حاصل ضرب الوسطين

لذلك $\frac{3}{8} \neq \frac{6}{10}$

أى أن $\frac{3}{8}$ ، $\frac{6}{10}$ لا تمثل تناسبًا.

حل آخر :

$\frac{6 \div 2}{10 \div 2} = \frac{3}{5}$ (بالتبسيط)

$\frac{3}{5} \neq \frac{3}{8}$

أى أن $\frac{3}{8}$ ، $\frac{6}{10}$ لا تمثل تناسبًا.

2 $\frac{8}{10}$ ، $\frac{12}{15}$

8×15 ، 12×10

$120 = 120$

حاصل ضرب الطرفين $=$ حاصل ضرب الوسطين

لذلك $\frac{8}{10} = \frac{12}{15}$

أى أن $\frac{8}{10}$ ، $\frac{12}{15}$ تمثل تناسبًا.

حل آخر :

$\frac{8 \div 2}{10 \div 2} = \frac{4}{5}$ ، $\frac{12 \div 3}{15 \div 3} = \frac{4}{5}$

$\frac{8}{10} = \frac{12}{15}$

أى أن $\frac{8}{10}$ ، $\frac{12}{15}$ تمثل تناسبًا.

حاول بنفسك 1

حدد أيًا من أزواج النسب التالية يمثل تناسبًا : 1 $\frac{5}{7}$ ، $\frac{10}{14}$ 2 $\frac{4}{21}$ ، $\frac{3}{9}$ 3 $3 : 10$ ، $\frac{2}{5}$

حل التناسب

المقصود بحل التناسب إيجاد القيمة المجهولة فى التناسب.

مثال 2

حل كلًا من التناسبات الآتية :

1 $\frac{10}{x} = \frac{6}{9}$ 2 $\frac{15}{21} = \frac{x}{14}$ 3 $2 : 8 = (x + 1) : 12$

الحل

1 استخدم الضرب التبادلى :

$6 \times x = 9 \times 10$

اضرب : $6x = 90$

اقسم على 6 : $\frac{6x}{6} = \frac{90}{6}$

بسط : $x = 15$

حل مختصر

$\frac{6}{9} = \frac{10}{x}$

$x = \frac{9 \times 10}{6}$

$x = 15$

2 استخدم الضرب التبادلى :

$x \times 21 = 14 \times 15$

اضرب : $21x = 210$

اقسم على 21 : $\frac{21x}{21} = \frac{210}{21}$

بسط : $x = 10$

حل مختصر

$\frac{15}{21} = \frac{x}{14}$

$x = \frac{14 \times 15}{21}$

$x = 10$

LIVEWORKSHEETS

3 $\frac{2}{8} = \frac{x+1}{12}$

$x+1 = \frac{2 \times 12}{8} = 3$

$x = 3 - 1 = 2$

حل آخر :

$\frac{1}{4} \xrightarrow{\times 3} \frac{x+1}{12}$ ، $\frac{2 \div 2}{8 \div 2} = \frac{1}{4}$

$x+1 = 3$ $\quad$ $x = 3 - 1 = 2$

حاول بنفسك 2

أوجد قيمة x فى كل مما يأتى : 1 $\frac{x}{32} = \frac{9}{36}$ $\quad$ 2 $\frac{8}{x-1} = \frac{16}{10}$

مثال 3

إذا كانت كلًا من الكميات التالية متناسبة ، فأوجد قيمة x :

1 x ، 20 ، 12 ، 4 $\quad$ 2 35 ، x ، 7 ، 4 $\quad$ 3 8 ، 12 ، $x-3$ ، 3

الحل

1 إذا كان : x ، 20 ، 12 ، 4 كميات متناسبة

فإن : $\frac{4}{12} = \frac{20}{x}$

استخدم الضرب التبادلى :

$4 \times x = 12 \times 20$

اضرب : $4x = 240$

اقسم على 4 : $\frac{4x}{4} = \frac{240}{4}$

بسط : $x = 60$

حل مختصر

$\frac{4}{12} = \frac{20}{x}$

$x = \frac{12 \times 20}{4}$

$x = 60$

2 إذا كان : 35 ، x ، 7 ، 4 كميات متناسبة

فإن : $\frac{4}{7} = \frac{x}{35}$

استخدم الضرب التبادلى :

$4 \times 35 = 7 \times x$

اضرب : $140 = 7x$

اقسم على 7 : $\frac{140}{7} = \frac{7x}{7}$

بسط : $20 = x$

حل مختصر

$\frac{4}{7} = \frac{x}{35}$

$x = \frac{4 \times 35}{7}$

$x = 20$

3 إذا كان : 8 ، 12 ، $x-3$ ، 3 كميات متناسبة

فإن : $\frac{3}{x-3} = \frac{12}{8}$

$x - 3 = \frac{3 \times 8}{12} = 2$

$x = 2 + 3 = 5$

حل آخر :

$\frac{12}{8} \xrightarrow{\div 4} \frac{3}{2}$

$\frac{3}{x-3} = \frac{3}{2}$

$x - 3 = 2$ $\quad$ $x = 2 + 3 = 5$

حاول بنفسك 3

إذا كانت كلًا من الكميات التالية متناسبة ، فأوجد قيمة x :

1 30 ، 48 ، x ، 8 $\quad$ 2 6 ، 3 ، 2 ، x $\quad$ 3 7 ، 5 ، $2x$ ، 40

LIVEWORKSHEETS

تطبيقات حياتية على التناسب

مثال 4

تستهلك سيارة 3 لترات من البنزين لقطع مسافة 33 كم ، فكم لترًا تحتاجها من البنزين لقطع مسافة 121 كم إذا سارت بنفس المعدل ؟

الحل

نفرض أن السيارة تستهلك x لترًا من البنزين لقطع مسافة 121 كم.

$$\frac{x}{121} = \frac{3}{33}$$

$$33 \times x = 3 \times 121$$

$$33\,x = 363$$

$$\frac{33\,x}{33} = \frac{363}{33}$$

$$x = 11$$

أى أن السيارة تحتاج 11 لترًا من البنزين.

حل مختصر

$$\frac{x}{121} = \frac{3}{33}$$

$$x = \frac{3 \times 121}{33} = 11$$

مثال 5

قام مصطفى بتعبئة 120 كرتونة فى 3 ساعات ، فأوجد الزمن اللازم لتعبئة 200 كرتونة إذا عمل وفق نفس المعدل.

الحل

نفرض أن الزمن اللازم لتعبئة 200 كرتونة هو x ساعة

$$\frac{120}{3} = \frac{200}{x}$$

$$120 \times x = 3 \times 200$$

$$120\,x = 600$$

$$\frac{120\,x}{120} = \frac{600}{120}$$

$$x = 5$$

أى أن الزمن اللازم هو 5 ساعات.

حل مختصر

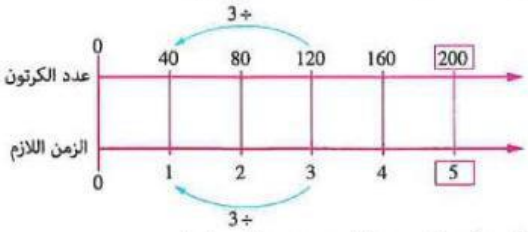
$$\frac{120}{3} = \frac{200}{x}$$

$$x = \frac{3 \times 200}{120}$$

$$x = 5$$

حل آخر :

باستخدام خط الأعداد المزدوج



أى أن الزمن اللازم هو 5 ساعات.

حاول بنفسك 4

يحتاج عامل الحلوى إلى 5 أكواب من السكر لعمل 3 فطائر من الحلوى، فكم كوبًا يحتاج من السكر لعمل 15 فطيرة من الحلوى ؟

LIVEWORKSHEETS

التمثيل البيانى للتناسب

عند التمثيل البيانى :

- إذا كانت النقط تقع على خط مستقيم يمر بنقطة الأصل فإن العلاقة تمثل تناسبًا.
- إذا كانت النقط لا تقع على خط مستقيم واحد، أو تقع على خط مستقيم ولكن لا يمر بنقطة الأصل فإن العلاقة لا تمثل تناسبًا.

مثال 6 الجدولان التاليان يوضحان المسافة بالكيلو متر التى تقطعها سيارة. مثل بيانيًا العلاقة بين المسافة والزمن ثم حدد ما إذا كانت المسافة بالكيلو متر متناسبة مع الزمن بالساعة.

1

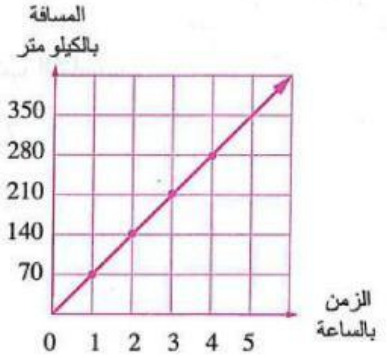
المسافات المقطوعة	
الزمن بالساعة	المسافة بالكيلو متر
1	70
2	140
3	210
4	280

2

المسافات المقطوعة	
الزمن بالساعة	المسافة بالكيلو متر
1	80
2	100
3	190
4	260

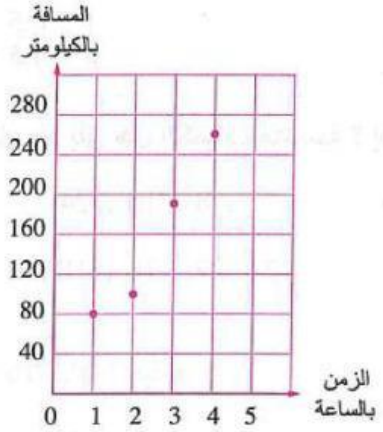
الحل

1



المسافة بالكيلو متر تتناسب مع الزمن بالساعة.

2



المسافة بالكيلو متر لا تتناسب مع الزمن بالساعة.

حاول بنفسك 5

يبين الجدول المقابل العلاقة بين عدد الصفحات التى يمكن أن يكتبها آدم على الكمبيوتر والزمن بالساعة.
مثل العلاقة بين عدد الصفحات والزمن، ثم حدد ما إذا كان عدد الصفحات متناسبًا مع الزمن بالساعة.

عدد الصفحات المكتوبة	
الزمن بالساعة	عدد الصفحات
1	3
2	6
3	9
4	12

LIVEWORKSHEETS

تمارين 1

التناسب

اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

1 أكمل ما يأتى :

1 التناسب هو .....

2 إذا تساوت نسبتان فإن حاصل ضرب الطرفين = ...

3 $\frac{3}{5} = \frac{\dots}{15}$

4 $\frac{20}{25} = \frac{36}{\dots}$

5 $\frac{48}{72} = \frac{\dots}{15}$

6 $\frac{18}{12} = \frac{12}{\dots}$

7 $\frac{6}{8} = \frac{\dots}{\dots}$

8 $\frac{12}{\dots} = \frac{\dots}{15}$

2 أى مما يلى يمثل تناسبًا :

1 $\frac{2}{5} \overset{؟}{=} \frac{4}{10}$

2 $\frac{3}{4} \overset{؟}{=} \frac{6}{9}$

3 $\frac{15}{25} \overset{؟}{=} \frac{30}{60}$

4 $\frac{1}{3} \overset{؟}{=} \frac{0.5}{1.5}$

5 $\frac{5}{4} \overset{؟}{=} \frac{7.5}{6}$

6 $\frac{10}{3} \overset{؟}{=} \frac{40}{12}$

3 فى كل مما يأتى هل الكميات متناسبة ؟ إذا كانت متناسبة، اكتب التناسب .

1 24 ، 15 ، 8 ، 5

2 15 ، 14 ، 8 ، 7

3 18 ، 16 ، 27 ، 12

4 18 ، 6 ، 24 ، 8

4 حل التناسبات الآتية :

1 $\frac{3}{4} = \frac{x}{20}$ (توجيه - أسوان 25)

2 $\frac{6}{x} = \frac{12}{14}$

3 $\frac{15}{x} = \frac{30}{12}$

4 $a : 16 = 5 : 4$

5 $7 : 8 = 21 : m$

6 $\frac{1}{3} = \frac{2}{b+1}$

7 $\frac{3}{5} = \frac{9}{k+1}$ (الجمرك - الإسكندرية 25)

8 $\frac{\ell - 3}{12} = \frac{5}{4}$

9 $\frac{16}{3x} = \frac{8}{12}$

10 $\frac{8}{y} = \frac{y}{2}$ (حيث y عدد صحيح موجب).

LIVEWORKSHEETS

5 **ادخار** : يوضح الجدول المقابل عدد الجنيهات التى يدخرها إبراهيم خلال عدد معين من الشهور
هل المبلغ يتناسب مع عدد الشهور ؟

المبلغ بالجنيه	300	600	900	1,200
عدد الشهور	2	4	6	8

6 فى إحدى المدارس يوجد 221 طالبًا و13 مدرسًا ، فكم يكون عدد المدرسين إذا زاد عدد الطلاب وأصبح 272 طالبًا لكى تبقى النسبة ثابتة بين عدد الطلاب وعدد المدرسين ؟

7 إذا كان ثمن $\frac{3}{4}$ لتر من اللبن 24 جنيهًا فما ثمن $1\frac{3}{4}$ لتر من اللبن ؟

8 **تسوق** : اشترى عمر 8 تفاحات بمبلغ 60 جنيهًا ،
كم تفاحة من نفس النوع يمكن أن يشتريها بمبلغ 105 جنيهات ؟

(أوسيم - الجيزة 25)

9 **الربط بالعلوم** : تستخدم سيارة 5 لترات من البنزين لقطع مسافة 40 كم.
ما هى كمية البنزين التى تحتاجها السيارة لتقطع مسافة 128 كم إذا سارت بنفس المعدل ؟

(سنورس - الفيوم 25)

10 **فضاء** : يزن جسم على الأرض 90 نيوتن،
فإذا علمت أن وزنه على القمر 15 نيوتن،
فكم يبلغ وزن جسم آخر على القمر إذا كان وزنه على الأرض 60 نيوتن ؟

(السنبلاوين - الدقهلية 25)

معلومة إثرائية

وحدات قياس الوزن تختلف عن وحدات قياس الكتلة.
فمن وحدات قياس الوزن : النيوتن – الداين
بينما : الطن – الكيلو جرام – الجرام
هى وحدات لقياس الكتلة.

11 **ثقافة** : تقرأ إيمان 10 صفحات فى 40 دقيقة، فما الزمن بالساعات الذى تستغرقه فى قراءة كتاب من 120 صفحة إذا قرأت بنفس المعدل ؟

(البلينا - سوهاج 25)

LIVEWORKSHEETS