

E-LKPD

PERSAMAAN KUADRAT



KELAS X
SMA/SMK/MA

Petunjuk Penggunaan

1. Akses bahan ajar melalui tautan yang sudah diberikan
2. Pastikan ponsel memiliki koneksi internet.
3. Pada halaman menu, terdapat menu materi, kuis, dan E-LKPD. Utamakan melihat materi terlebih dahulu.
4. Gunakan dua tombol yang ada di bagian bawah untuk berpindah halaman.
5. Klik next untuk ke halaman selanjutnya, dan klik prev untuk mengakses halaman sebelumnya.
6. Tanyakan pada guru apabila mengalami kebingungan.

Capaian Pembelajaran

Di akhir fase E, peserta didik dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat (termasuk akar imajiner)

Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik dapat menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan metode pemfaktoran.
2. Peserta didik dapat menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan metode melengkapkan kuadrat sempurna.
3. Peserta didik dapat menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan metode rumus ABC.
4. Peserta didik dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat.

Persamaan Kuadrat

Persamaan kuadrat satu variabel adalah suatu persamaan yang pangkat tertingginya dua.

Secara umum, bentuk persamaan kuadrat adalah

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Dengan $a \neq 0$ dan $a, b, c \in R$

Konstanta a, b, c pada persamaan ini disebut sebagai koefisien.

Contoh persamaan kuadrat:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$2x^2 + 7x - 6 = 0$$

$$3x^2 - 12 = 0$$

Akar-akar Persamaan Kuadrat

Akar persamaan kuadrat dari:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

adalah nilai x yang memenuhi persamaan tersebut. Contoh:

3 adalah salah satu akar persamaan kuadrat $x^2 - 8x + 15 = 0$

karena jika kita menggantikan nilai x pada persamaan tersebut dengan 3, maka akan diperoleh persamaan yang bernilai benar.

$$\begin{aligned}x^2 - 8x + 15 &= 0 \\ \Leftrightarrow (3)^2 - 8(3) + 15 &= 0 \\ \Leftrightarrow 9 - 24 + 15 &= 0 \\ 0 &= 0\end{aligned}$$

Untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat ada tiga cara, yaitu:

- Memfaktorkan
- Melengkapkan kuadrat sempurna
- Rumus kuadrat (rumus abc)

Akar-akar Persamaan Kuadrat dengan Metode Pemfaktoran

Tahap inti dari metode ini adalah memfaktorkan bentuk umum persamaan kuadrat menjadi $(x + p)(x + q)$ atau bisa dituliskan:

$$x^2 + bx + c = (x + p)(x + q)$$
$$x^2 + bx + c = x^2 + (p + q)x + (p \times q)$$

Contoh:

Tentukan akar-akar persamaan berikut dengan metode pemfaktoran!

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

Penyelesaian:

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x - 5)(x - 3) = 0$$
$$\Leftrightarrow (x - 5) = 0 \text{ atau } (x - 3) = 0$$
$$\Leftrightarrow (x = 5) \text{ atau } (x = 3)$$

Sehingga akar-akar dari persamaan tersebut adalah 3 dan 5 atau dengan kata lain penyelesaian dari persamaan tersebut adalah 3 atau 5.

Akar-akar Persamaan Kuadrat dengan Melengkapkan Kuadrat Sempurna

Tahap inti dari metode ini adalah melengkapi bentuk agar menjadi kuadrat sempurna. Langkah-langkah umum menyelesaikan persamaan kuadrat dengan metode melengkapkan kuadrat sempurna adalah sebagai berikut:

1. Pastikan $a = 1$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

2. Pindahkan konstanta ke ruas kanan

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

3. Tentukan bilangan yang harus ditambahkan ke kedua ruas, yaitu $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ dan kita misalkan sebagai p

4. Tambahkan bilangan tersebut ke kedua ruas

$$x^2 + 2px + p^2 = -\frac{c}{a} + p^2$$

5. Ubah ruas kiri menjadi bentuk kuadrat sempurna dan ruas kanan kita misalkan sebagai q

$$(x + p)^2 = q$$

6. Ambil akar kedua ruas

$$x + p = \pm\sqrt{q}$$

7. Selesaikan hingga diperoleh nilai x

$$x = -p \pm \sqrt{q}$$

Akar-akar Persamaan Kuadrat dengan Melengkapkan Kuadrat Sempurna

Contoh:

Tentukan akar-akar persamaan kuadrat berikut dengan metode melengkapkan kuadrat sempurna!

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

Penyelesaian:

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x = -6$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = -6 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = -6 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{5}{2} = \pm \sqrt{-\frac{24}{4} + \frac{25}{4}}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{5}{2} \pm \sqrt{-\frac{24}{4} + \frac{25}{4}}$$

$$x_1 = -\frac{5}{2} + \sqrt{-\frac{24}{4} + \frac{25}{4}}$$

$$x_1 = -\frac{5}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$x_1 = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2}$$

$$x_1 = -\frac{4}{2}$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = -\frac{5}{2} - \sqrt{-\frac{24}{4} + \frac{25}{4}}$$

$$x_2 = -\frac{5}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$x_2 = -\frac{5}{2} - \frac{1}{2}$$

$$x_2 = -\frac{6}{2}$$

$$x_2 = -3$$

Sehingga akar-akar dari persamaan tersebut adalah -2 dan -3.

« PREV

NEXT »

Akar-akar Persamaan Kuadrat dengan Rumus ABC

Rumus untuk mendapatkan akar-akar persamaan kuadrat atau biasanya disebut sebagai rumus kuadratik/rumus abc yaitu:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Rumus ini didapat dari penjabaran berikut:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Akar-akar Persamaan Kuadrat dengan Rumus ABC

Contoh:

Tentukan akar-akar dari persamaan kuadrat berikut dengan metode rumus ABC!

$$-x^2 + 3x - 2 = 0$$

Penyelesaian:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{(-3) \pm \sqrt{(3)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-2)}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{(-3) \pm \sqrt{9 - 8}}{-2}$$

$$x_{1,2} = \frac{(-3) \pm \sqrt{1}}{-2}$$

$$x_1 = \frac{(-3) + \sqrt{1}}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-2}{-2}$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = \frac{(-3) - \sqrt{1}}{-2}$$

$$x_2 = \frac{-4}{-2}$$

$$x_2 = 2$$

Sehingga akar-akar dari persamaan tersebut adalah 1 dan 2.

Jenis-jenis akar berdasarkan diskriminan

Diskriminan adalah nilai yang digunakan untuk menentukan sifat atau jenis akar-akar suatu persamaan kuadrat. Pada persamaan kuadrat:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Diskriminannya dinyatakan dengan:

$$D = b^2 - 4ac$$

Huruf D berasal dari kata Discriminant, yang berarti "pembeda", karena nilai ini membedakan jenis akar yang dimiliki persamaan kuadrat. Diskriminan berasal dari bagian di dalam akar pada rumus kuadrat. Diskriminan menentukan apakah akar kuadrat dapat dihitung dalam bilangan real atau tidak. Oleh karena itu, nilai diskriminan sangat memengaruhi bentuk akar-akar persamaan kuadrat.

Jika:

$D > 0$, persamaan memiliki dua akar real berbeda

$D = 0$, persamaan memiliki dua akar real kembar

$D < 0$, persamaan memiliki dua akar imajiner

Latihan Soal

Nama:

Ayo Mengamati

Seorang siswa ingin membuat kotak penyimpanan tanpa tutup dari selembar karton berbentuk persegi panjang. Pada setiap sudut karton dipotong persegi berukuran $3\text{ cm} \times 3\text{ cm}$, kemudian sisi-sisinya dilipat ke atas hingga membentuk kotak.

Jika panjang alas kotak 2 cm lebih besar dari lebarnya, dan volume kotak yang terbentuk adalah 105 cm^3 . Tentukan panjang dan lebar alas kotak tersebut.

Identifikasi Masalah

MEMODELKAN PERMASALAHAN KE DALAM BENTUK
MODEL MATEMATIKA

Tentukan informasi yang kalian ketahui dari masalah tersebut!

Misalkan:

Lebar alas kotak = x cm

Maka:

Panjang alas kotak = cm

Volume kotak = cm^3

Tinggi kotak setelah dilipat: cm

Latihan Soal

Menyusun Model Matematika

Gunakan rumus volume balok:

$$V = p \times l \times t$$

Substitusikan nilai yang diketahui:

$$105 = p \times l \times t$$

$$105 =$$

$$105 =$$

$$=$$

$$=$$

Sederhanakan persamaan tersebut hingga diperoleh:

$$\dots x^2 + \dots x + \dots = 0$$

Latihan Soal

Menyelesaikan Permasalahan Persamaan Kuadrat

MENGGUNAKAN FAKTORISASI

Persamaan model matematika yang diperoleh:

$$\dots x^2 + \dots x + \dots = 0$$

Tentukan nilai a , b , dan c !

$$a =$$

$$b =$$

$$c =$$

Mencari akar penyelesaian dari permasalahan tersebut dengan faktorisasi (cari dua bilangan yang jika dijumlahkan sama dengan koefisien b dan jika dikalikan menghasilkan koefisien c)

Faktor dari $c =$	

$$c = \quad = \quad \times$$

$$b = \quad = \quad +$$

$$(x + \dots)(x + \dots) = 0$$

$$x + \dots = 0 \quad \text{atau} \quad x + \dots = 0$$

$$x = \dots$$

$$x = \dots$$

Kesimpulan:

Lebar alas kotak =

Panjang alas kotak =

Maka panjang dan lebar kotak tersebut adalah cm dan cm

Latihan Soal

Menyelesaikan Permasalahan Persamaan Kuadrat

MENGGUNAKAN RUMUS ABC

Mari kita coba terapkan rumus ABC untuk persamaan kuadrat yang sudah diperoleh sebelum

$$\dots x^2 + \dots x + \dots = 0$$

Tentukan nilai a, b, dan c!

$$a = \qquad b = \qquad c =$$

Masukkan nilai a, b, c ke rumus ABC

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\&= \frac{\dots \pm \sqrt{(\dots)^2 - 4(\dots)(\dots)}}{2(\dots)} \\&= \frac{\dots \pm \sqrt{(\dots) - 4(\dots)}}{(\dots)} \\&= \frac{\dots \pm \sqrt{(\dots) - (\dots)}}{(\dots)} \\&= \frac{\dots \pm \sqrt{(\dots)}}{\dots} \\x_{1,2} &= \frac{\dots \pm \dots}{\dots}\end{aligned}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{\dots + \dots}{\dots} \\&= \frac{\dots}{\dots} \\&= \dots \\x_2 &= \frac{\dots + \dots}{\dots} \\&= \frac{\dots}{\dots} \\&= \dots\end{aligned}$$

Kesimpulan:

Lebar alas kotak =

Panjang alas kotak =

Maka panjang dan lebar kotak tersebut adalah cm dan cm