

LKPD EKSPONEN

Sekolah Menengah Atas
Kelas X



Kelompok :

Nama Anggota :

.....

.....

.....

Disusun oleh : Kelompok 5

Lembar Kerja Peserta Didik EKSPONEN

Capaian Pembelajaran

Peserta didik mampu memahami konsep eksponen dan bentuk akar serta menggunakannya untuk merepresentasikan dan menyelesaikan masalah matematika maupun masalah kontekstual yang berkaitan dengan pertumbuhan dan peluruhan eksponensial.

Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik mampu menerapkan sifat-sifat eksponen untuk menyederhanakan bentuk aljabar eksponen dengan tepat.
2. Peserta didik mampu menganalisis dan menyelesaikan permasalahan yang melibatkan sifat-sifat eksponen dalam berbagai bentuk operasi.
3. Peserta didik mampu menentukan model matematika dan menginterpretasikan grafik fungsi eksponen (pertumbuhan atau peluruhan) berdasarkan suatu permasalahan kontekstual.
4. Peserta didik mampu mengubah bentuk pangkat rasional ke bentuk akar, menyederhanakan, dan merasionalkan bentuk akar dengan benar.

Petunjuk Aktivitas

1. Bacalah materi yang terdapat pada LKPD dengan cermat.
2. Diskusikan setiap aktivitas bersama anggota kelompok.
3. Tuliskan hasil pengamatan, perhitungan, dan kesimpulan pada tempat yang telah disediakan.
4. Gunakan sifat-sifat eksponen dan bentuk akar yang telah dipelajari untuk menyelesaikan setiap aktivitas.
5. Jika mengalami kesulitan, diskusikan dengan kelompok terlebih dahulu sebelum bertanya kepada guru.
6. Kerjakan setiap aktivitas secara runtut mulai dari Aktivitas 1 hingga Aktivitas 4.
7. Presentasikan hasil diskusi kelompok di depan kelas.

EKSPONEN



Definisi Eksponen

Eksponen atau bilangan berpangkat digunakan untuk menyatakan perkalian berulang dari suatu bilangan yang sama.

Secara umum:

$$a^n = a \times a \times a \times \dots$$

dengan banyak faktor a sebanyak n kali.

Keterangan:

- a disebut bilangan pokok (basis)
- n disebut pangkat (eksponen)

Jenis-Jenis Bilangan Berpangkat

Pangkat Bulat Positif

Perkalian berulang dari suatu bilangan dapat dituliskan dalam bentuk bilangan berpangkat dengan pangkat positif

Pangkat Bulat Negatif

Pangkat negatif adalah pangkat yang bernilai negatif. Bilangan berpangkat negatif merupakan kebalikan dari pangkat positif.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Pangkat Nol

Pangkat nol Adalah pangkat dengan nilai nol pada suatu bilangan. Setiap bilangan (selain nol) jika dipangkatkan nol hasilnya adalah 1.

$$a^0 = 1, a \neq 0$$

AYO MEMAHAMI

Sifat-Sifat Eksponen

Sifat 1

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

dengan $a \neq 0$, dan m, n bilangan bulat

Sifat 2

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

dengan $a \neq 0$, dan m, n bilangan bulat

Sifat 3

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

dengan $a \neq 0$, dan m, n bilangan bulat

Sifat 5

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

dengan $b \neq 0$, dan m bilangan bulat

Sifat 6

$$\left(a^{\frac{m}{n}}\right)\left(a^{\frac{p}{n}}\right) = \left(a\right)^{\frac{m+p}{n}}$$

dengan $a > 0$, $\frac{m}{n}$ dan $\frac{p}{n}$ bilangan rasional dengan $n \neq 0$

Sifat 7

$$\left(a^{\frac{m}{n}}\right)\left(a^{\frac{p}{q}}\right) = \left(a\right)^{\frac{m+p}{n+q}}$$

dengan $a > 0$, $\frac{m}{n}$ dan $\frac{p}{q}$ bilangan rasional dengan $n, q \neq 0$

Sifat 8

$$a^{-m} = \left(\frac{1}{a}\right)^m$$

dengan a bilangan real, $a \neq 0$, dan n bilangan bulat

Sifat 9

$$a^0 = 1$$

dengan a bilangan real, dan $a \neq 0$



AYO CERMATI

Contoh:

1. Sederhanakan bentuk $2^3 \times 2^5$

Jawab:

$$2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^7$$

2. Sederhanakan bentuk $\frac{3^7}{3^5}$

Jawab:

$$\frac{3^7}{3^5} = 3^{7-5} = 3^2$$



AYO MENONTON



AYO MENERJAKAN

AKTIVITAS 1

Sifat-Sifat Eksponen

Selesaikan Soal Bentuk
Eksponen Berikut

1. $\frac{2x^6y^4}{x^4y^3} =$

2. $(3 \times 4)^0 \times x^{-4} =$

3. $x^3 \div x \times y^{-4} =$

4. $\left(\frac{x^2}{y^3}\right)^4 =$

5. $\frac{1}{x^{-3}} =$



Fungsi Eksponen

Definisi Eksponen

Sebuah fungsi eksponen dinyatakan dengan

$$f(x) = n \times a^x$$

dimana a adalah bilangan pokok, $a > 0, a \neq 1, n$ adalah bilangan real tak nol dan x adalah sebarang bilangan real.

Beberapa contoh fungsi eksponen lainnya adalah sebagai berikut.

Contoh fungsi eksponen:

1. $f(x) = 4^x$
2. $f(x) = 3^{x+1}$
3. $f(x) = 5^{2x-1}$

Perumbuhan Eksponen

Fungsi pertumbuhan eksponen adalah fungsi yang digunakan untuk menggambarkan suatu besaran yang nilainya bertambah secara terus-menerus dengan faktor pengali yang tetap pada setiap periode waktu tertentu.

Fungsi pertumbuhan eksponen dituliskan dengan:

$$f(x) = a^x$$

Dengan $a > 1$



Contoh Soal

Untuk mengamati pertumbuhan suatu bakteri pada inangnya, seorang peneliti mengambil potongan inang yang sudah terinfeksi bakteri tersebut dan mengamatinya selama 5 jam pertama. Pada inang tersebut, terdapat 30 bakteri. Setelah diamati, bakteri tersebut membelah menjadi dua setiap 30 menit.

1. Modelkan fungsi pertumbuhan bakteri pada setiap fase.
2. Gambarkan grafik pertumbuhan bakteri tersebut.
3. Pada jam ke-5 berapa banyak bakteri baru yang tumbuh?

Penyelesaian:

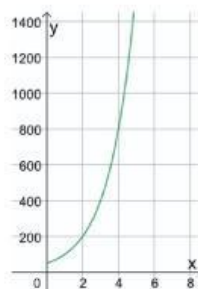
1. Pada awal pengamatan, bakteri yang diamati berjumlah 30 sehingga untuk 30 menit berikutnya dapat digambarkan pertumbuhan bakterinya sebagai berikut. Misalkan x adalah fase pertumbuhan

Fase (30 menit)	0	1	2	3	4	5
Banyaknya bakteri	30	60	120	240	480	960

2. Bakteri setiap 30 menit, maka
Pertumbuhan bakteri dapat di modelkan dengan fungsi eksponen

$$f(x) = 30 \times (2^x)$$

3. Grafik fungsi eksponen pertumbuhan bakteri $f(x) = 30 \times (2^x)$ dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 2 Grafik Fungsi $f(x) = 30 \times (2^x)$
Gunakan aplikasi GeoGebra untuk membantu kalian
menggambarkan grafik tersebut. Kunjungi

<https://www.geogebra.org/>

4. Jam ke-5 terjadi pada fase ke-10 (ingat kembali pembelahan terjadi setiap 30 menit) sehingga:

$$\begin{aligned}f(10) &= 30 \times (2^{10}) \\ &= 30 \times (1024) \\ &= 30.720\end{aligned}$$

Jadi banyak bakteri yang tumbuh pada jam ke-5 atau fase ke-10 adalah **30.720 bakteri**.





AYO MENERJAKAN

AKTIVITAS 2

Fungsi Pertumbuhan Eksponen

Bakteri E.coli menyebabkan penyakit diare pada manusia. Seorang peneliti mengamati pertumbuhan 50 bakteri ini pada sepotong makanan dan menemukan bahwa bakteri ini membelah menjadi 2 setiap seperempat jam.

- a. Gambarkan tabel dan grafik yang menunjukkan pertumbuhan bakteri ini dari fase 0 sampai fase 5.
Gunakan aplikasi GeoGebra untuk membantu kalian menggambarkan grafik tersebut. Kunjungi <https://www.geogebra.org/>
- b. Modelkan fungsi yang menggambarkan pertumbuhan bakteri E.coli setiap seperempat jam.

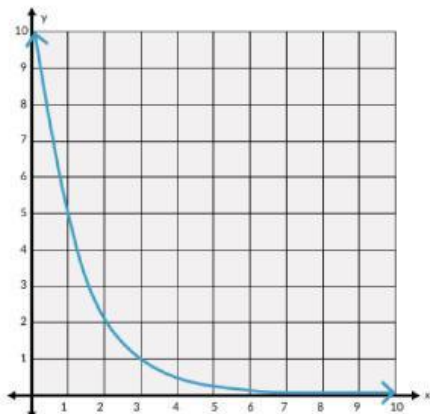
Prediksi berapa banyaknya bakteri setelah 3 dan 4 jam pertama

Klik di sini untuk upload jawaban

AYO MEMAHAMI

Peluruhan Eksponen

Perhatikan grafik berikut!



Dari grafik tersebut, terlihat bahwa nilai fungsi semakin berkurang ketika nilai (x) bertambah. Meskipun terus menurun, grafik tidak pernah benar-benar menyentuh sumbu (x).

Berdasarkan pengamatan tersebut, coba diskusikan pertanyaan berikut:

1. Bagaimana bentuk grafik jika dibandingkan dengan grafik pertumbuhan eksponen?
2. Apakah nilai fungsi semakin besar atau semakin kecil saat waktu bertambah?
3. Menurut kalian, fenomena apa saja dalam kehidupan sehari-hari yang dapat digambarkan oleh grafik tersebut?

Grafik yang telah diamati menunjukkan suatu pola penurunan yang terjadi secara terus-menerus dan teratur. Pola seperti ini disebut peluruhan eksponen.

Peluruhan eksponen adalah perubahan suatu besaran yang nilainya semakin berkurang dengan faktor pengali yang tetap pada setiap periode waktu tertentu. Fenomena ini banyak ditemukan dalam kehidupan sehari-hari, seperti:

- berkurangnya kadar obat dalam tubuh,
- peluruhan zat radioaktif,
- penyusutan nilai kendaraan,

Berbeda dengan pertumbuhan eksponen yang nilainya semakin meningkat, pada peluruhan eksponen nilai suatu besaran justru semakin menurun dari waktu ke waktu.

Secara umum, fungsi peluruhan eksponen dituliskan sebagai:

$$f(x) = n \times a^x, \text{ dengan } 0 < a < 1,$$

dengan:

- (n) = nilai awal
- (a) = faktor peluruhan
- (x) = waktu atau banyak periode
- $f(x)$ = nilai setelah waktu ke (x) .

Karena nilai (a) berada di antara 0 dan 1, hasil fungsi akan semakin kecil ketika nilai (x) bertambah.



Contoh Soal

Obat penahan rasa sakit disuntikkan kepada pasien yang mengalami luka berat akibat kecelakaan. Dosis obat yang disuntikkan adalah 50 mikrogram. Satu jam setelah penyuntikan, setengah dosis tersebut akan luruh dan dikeluarkan dari dalam tubuh. Proses tersebut akan terus berulang setiap jam.

1. Berapa banyak dosis obat yang masih tertinggal di dalam tubuh pasien setelah 1 jam, 2 jam, dan 3 jam?
2. Bagaimana model matematika yang dapat menyatakan peluruhan dosis obat tersebut?

Penyelesaian:

1. Dosis awal $(n) = 50$ mikrogram

Misalkan dosis pada x waktu dilambangkan dengan $f(x)$, maka

$$f(0) = 50$$

$$f(1) = \frac{1}{2} \times 50 = 25$$

$$f(2) = \frac{1}{2} \times 25 = 12,5$$

$$f(3) = \frac{1}{2} \times 12,5 = 6,25$$

Jadi, dosis pada 1 jam pertama tersisa 25 mikrogram, pada 2 jam pertama tersisa 12,5 mikrogram, dan setelah 3 jam tersisa 6,25 mikrogram.

2. Berdasarkan bagian a, fungsi eksponen yang dapat menyatakan peluruhan dosis obat tersebut dari dalam tubuh pasien pada jam tertentu adalah $f(x) = 50 \left(\frac{1}{2}\right)^x$ dengan x adalah waktu yang dibutuhkan obat tersebut untuk meluruh sebanyak setengah dosis dari dosis sebelumnya.



AYO MENONTON



AYO MENGERJAKAN

AKTIVITAS 3

Fungsi Peluruhan Eksponen

Seorang ilmuwan sedang mengamati suatu zat yang mengalami peluruhan. Pada awal pengamatan, massa zat tersebut adalah 40 gram. Setiap 1 jam, massa zat yang tersisa hanya setengah dari massa sebelumnya. Menurut kalian, bagaimana perubahan massa zat tersebut dari waktu ke waktu?

Langkah 1: Menemukan Pola Peluruhan

Lengkapilah tabel berikut berdasarkan informasi yang diberikan.

Waktu (jam)	Massa Zat (gram)
0	40
1	...
2	...
3	...
4	...
5	...

1. Berapa massa zat yang tersisa setelah 1 jam?
2. Bagaimana cara menentukan massa zat pada jam berikutnya?
3. Pola apa yang kalian temukan dari data pada tabel?

Langkah 2: Membuat Grafik Peluruhan

Berdasarkan data pada tabel yang telah kalian lengkapi, buatlah grafik dengan ketentuan berikut.

1. Buat sumbu- x untuk menunjukkan waktu (jam).
2. Buat sumbu- y untuk menunjukkan massa zat (gram).
3. Plot setiap pasangan data dari tabel pada bidang koordinat.
4. Hubungkan titik-titik tersebut sehingga membentuk kurva.

Setelah grafik selesai dibuat, perhatikan bentuk grafik yang kalian peroleh.

Langkah 3: Analisis Hasil

Diskusikan dan jawablah pertanyaan berikut.

1. Bagaimana bentuk grafik yang kalian peroleh?

2. Apakah massa zat berkurang dengan jumlah yang sama setiap jam?
3. Apakah grafik akan menurun jika waktu bertambah?
4. Menurut kalian, apakah grafik akan menyentuh sumbu-x? berikan alasan.
5. Tuliskan kesimpulan kalian tentang peluruhan eksponen berdasarkan tabel dan grafik yang telah dibuat.

Klik di sini untuk upload jawaban