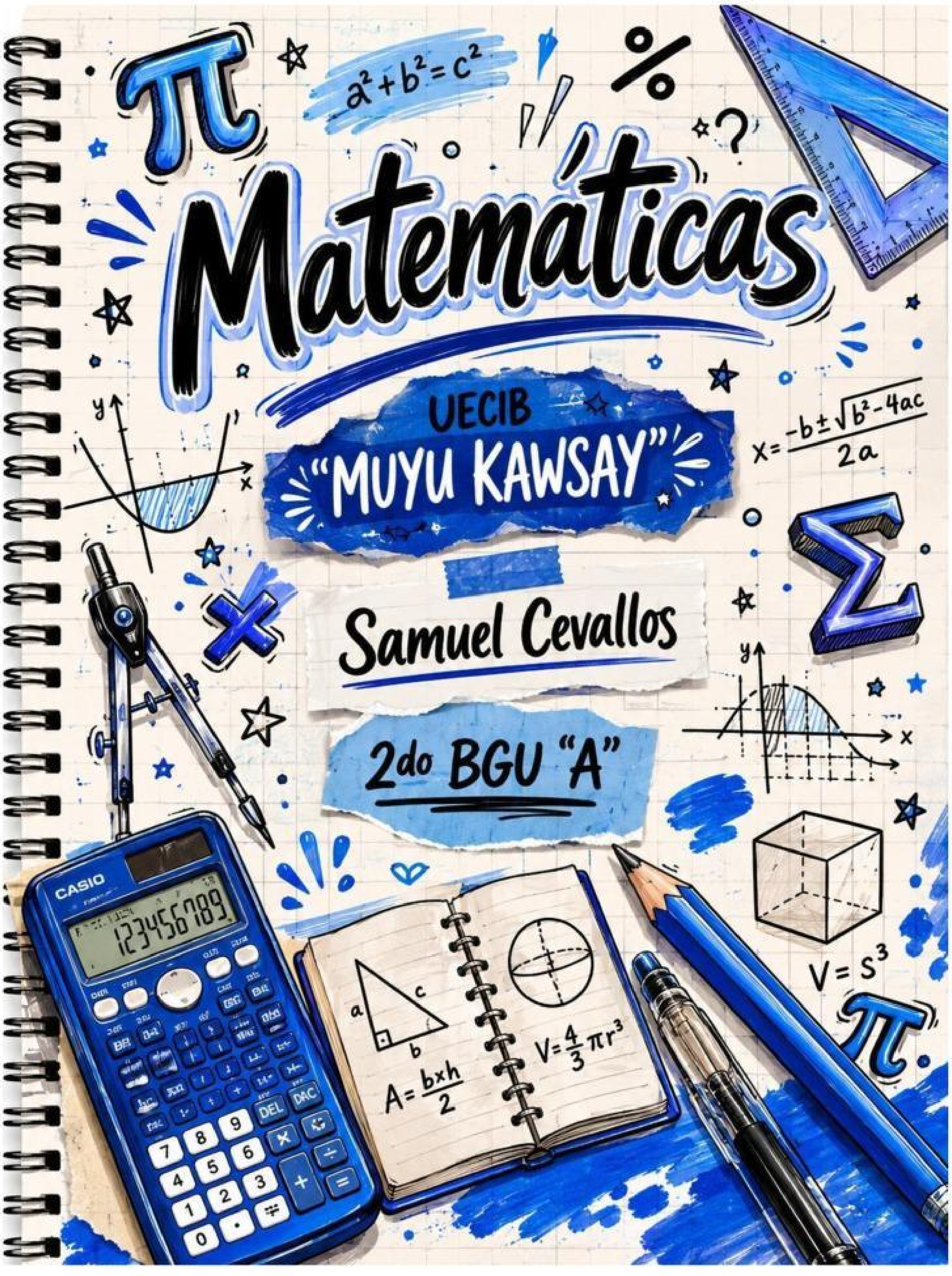

Matemáticas
UECIB
"MUYU KAWSAY"
Samuel Cevallos
2do BGU "A"
a²+b²=c²
%
x=-b±√b²-4ac / 2a
V=s³
A=b×h/2
V=4/3πr³
CASIO
123456789

LÍMITES CON RAÍCES

Para resolver límites que involucran raíces especialmente cuando hay una indeterminación (0/0) el método más efectivo es la racionalización.

Concepto clave " EL CONJUGADO "

La idea es eliminar la raíz del numerador o denominador usando la diferencia de cuadrados

$$(a + b)(a + b) = (a^2 + b^2)$$

Si tienes ($\sqrt{}$x – a), el conjugado será ($\sqrt{}$x + a).

Al multiplicarlos la raíz desaparece

$$(\sqrt{}x - a)\ (\sqrt{}x + a)$$

$$((\sqrt{}x)^2 - a^2) = (x - a)$$

Pasos para resolver el límite

1. Evaluar primero.
2. Multiplicar por el conjugado.
3. Simplificar el denominador aplicando la diferencia de cuadrados.
4. Cancelar términos o simplificar.
5. Sustituir de nuevo y calcular el valor final.

A continuación veremos en práctica todo lo aprendido a través de algunos ejemplos:

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} \qquad \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{1}-1}{1-1} \qquad \lim_{x\to 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{1-1}{0} \qquad \lim_{x\to 1} \frac{(\sqrt{x})^2-1^2}{(x-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{0}{0} \qquad \lim_{x\to 1} \frac{\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(\sqrt{x}+1)}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{1}{(\sqrt{x}+1)}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{1}{(\sqrt{1}+1)}$$

$$\lim_{x\to 1} = \frac{1}{1+1}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} \qquad \lim_{x\to 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2}$$

$$\lim_{x\to 4} \frac{4-4}{\sqrt{4}-2} \qquad \lim_{x\to 4} \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$= \frac{0}{2-2} \qquad \lim_{x\to 4} \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{((\sqrt{x})^2-4)}$$

$$= \frac{0}{0} \qquad \lim_{x\to 4} \frac{\cancel{(x-4)}(\sqrt{x}+2)}{\cancel{(x-4)}}$$

$$\lim_{x\to 4} (\sqrt{x}+2) = (\sqrt{4}+2)$$

$$= 2+2 = 4$$

LÍMITES CON LOGARITMOS

Los límites con logaritmos con un clásico. El secreto está en dominar sus propiedades claves y conocer los límites notables. Las propiedades de los logaritmos ayudan a acomodar la expresión antes de calcular cualquier límite.

Propiedades de los logaritmos.

Antes de calcular cualquier límite, a menudo tendrás que acomodar la expresión utilizando estas propiedades:

- Logaritmo de producto:
- Logaritmo de cociente
- logaritmo de una potencia

Gráficos de límites con logaritmos.

Es fundamental saber cómo se comporta la función logaritma normal Ln(x) en sus extremos. El logaritmo solo existe para números mayores que 0.

- Cuándo X tiende al infinito .

(Crece lentamente, pero va al infinito).

- Cuándo X tiende a 0 por la derecha.

(Se pega hacia el eje Y hacia abajo)

Límites notables con fórmulas directas.

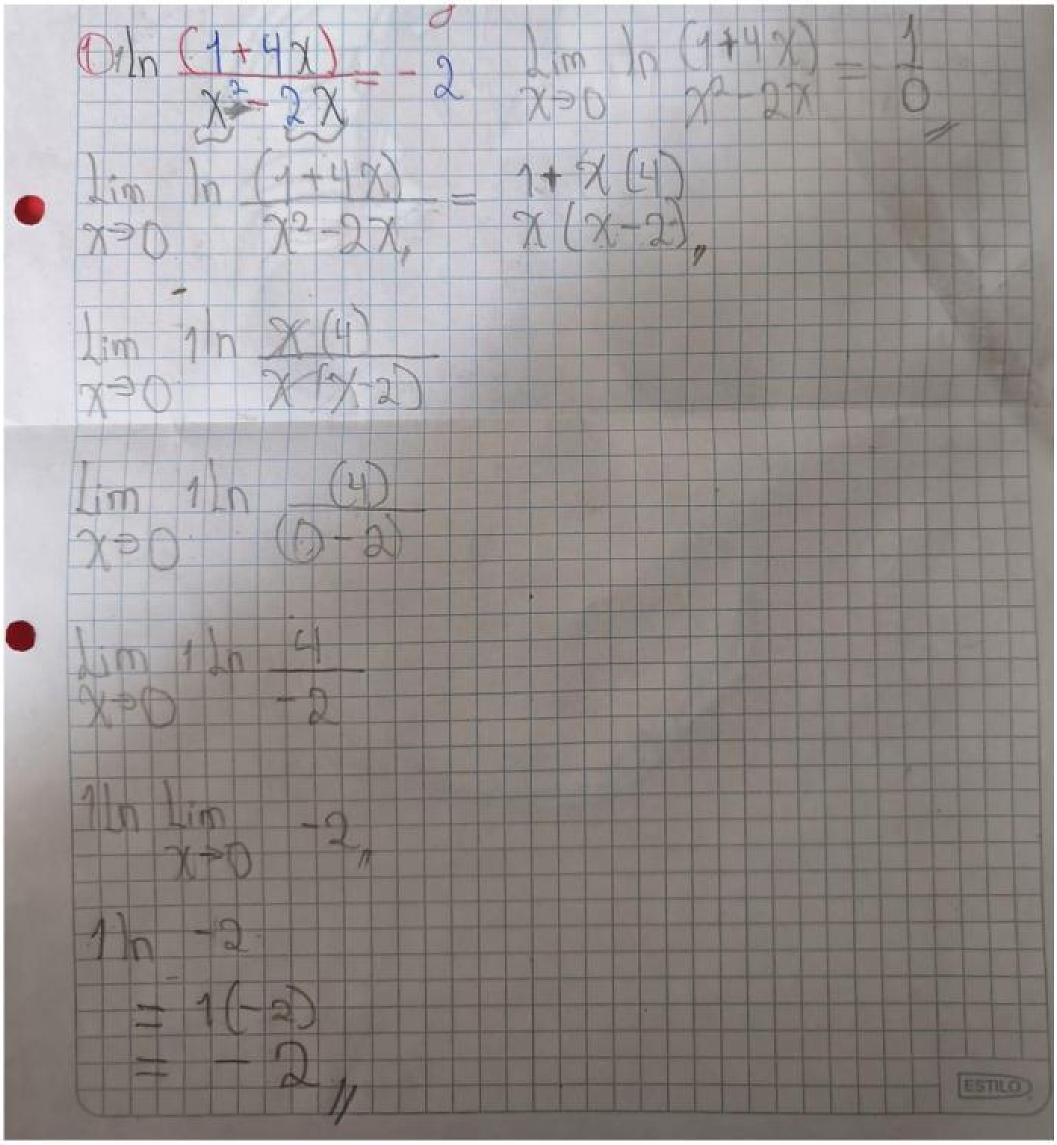
Para resolver límites notables siempre nos encontramos con una indeterminación.

Pasos para resolver:

- Encontramos la indeterminación.

- Aplicamos diferentes propiedades .
- Aplicamos cualquier propiedad vista.
- Calculamos el nuevo límite.

A continuación veremos en práctica todo lo aprendido a través de algunos ejemplos:



① $\ln \frac{(1+4x)}{x^2-2x} = -2$ $\quad \lim_{x\to 0} \ln \frac{(1+4x)}{x^2-2x} = \frac{1}{0}$

$$\lim_{x\to 0} \ln \frac{(1+4x)}{x^2-2x} = \frac{1+x(4)}{x(x-2)}$$

$$\lim_{x\to 0} 1\ln \frac{\cancel{x}(4)}{\cancel{x}(x-2)}$$

$$\lim_{x\to 0} 1\ln \frac{(4)}{(0)-2}$$

$$\lim_{x\to 0} 1\ln \frac{4}{-2}$$

$$1\ln \lim_{x\to 0} -2$$

$$1\ln -2$$

$$= 1(-2)$$

$$= -2$$

② $\lim_{x \to 1} \frac{\ln(x)}{x^2 - 1} = \frac{1}{2} = \frac{\ln 1}{1-1} = \frac{1}{0} \quad \frac{0}{0}$

$\lim_{x \to 1} \frac{\ln(x)}{x^2 - 1} \quad \frac{1 \ln(1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1}$

$\lim_{x \to 1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$

INDUCCIÓN A LA DERIVADA

La derivada es una herramienta matemática que permite medir la rapidez con la que cambia una magnitud respecto a otra. Se utiliza para conocer la pendiente de una curva en un punto determinado y para analizar fenómenos como la velocidad, el crecimiento y la variación de cantidades.

Por ejemplo, si un automóvil cambia su posición con el tiempo, la derivada de la posición respecto al tiempo representa su velocidad instantánea. En una gráfica, la derivada indica qué tan inclinada está la curva en cada punto.

La derivada de una función **f(x)** se define como:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Esta fórmula permite calcular la tasa de cambio instantánea de una función. El estudio de las derivadas es fundamental en el cálculo diferencial y tiene aplicaciones en la física, la ingeniería, la economía y muchas otras áreas del conocimiento.

Las derivadas forman parte del cálculo diferencial, rama de las matemáticas que estudia cómo cambian las cantidades. Fueron desarrolladas de manera independiente por los matemáticos Isaac Newton y Gottfried Wilhelm Leibniz en el siglo XVII.

Una derivada representa la tasa de cambio instantánea de una función. Esto significa que indica qué tan rápido aumenta o disminuye una magnitud en un instante específico. También puede interpretarse como la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto determinado.

Las derivadas tienen numerosas aplicaciones en la vida real. En física, se utilizan para calcular velocidad y aceleración; en ingeniería, para diseñar y optimizar estructuras y sistemas; en economía, para analizar costos, ingresos y ganancias marginales; y en biología y medicina, para estudiar el crecimiento de poblaciones o la variación de ciertos procesos biológicos.

A continuación veremos la mayoría de fórmulas que se puede usar

1. Definición de derivada

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

2. Derivada de una constante

$$\frac{d}{dx}[c] = 0$$

Donde c es una constante.

3. Regla de la potencia

$$\frac{d}{dx}[x^n] = nx^{n-1}$$

4. Regla de la suma

$$\frac{d}{dx}[f(x) + g(x)] = \frac{d}{dx}[f(x)] + \frac{d}{dx}[g(x)]$$

5. Regla de la resta

$$\frac{d}{dx}[f(x) - g(x)] = \frac{d}{dx}[f(x)] - \frac{d}{dx}[g(x)]$$

6. Regla del producto

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

7. Regla del cociente

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$

8. Regla de la cadena

$$\frac{d}{dx}[f(g(x))] = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Variables importantes

- x: variable independiente.
- $y = f(x)$: variable dependiente.
- h: incremento utilizado en la definición de derivada.
- $f'(x)$: derivada de la función.
- n: exponente de una potencia.
- c: constante.

Ahora sí, vayamos con un ejemplo práctico:

Supongamos que tenemos la función:

$$f(x) = 3x^2 + 2x - 5$$

Aplicamos las reglas de derivación:

- La derivada de $3x^2$ es $3 \cdot 2x^{2-1} = 6x$.
- La derivada de $2x$ es 2.
- La derivada de -5 es 0, porque es una constante.

Entonces, la derivada de la función es:

$$\frac{d}{dx}(3x^2 + 2x - 5) = 6x + 2$$

Por lo tanto,

$$f'(x) = 6x + 2$$

Interpretación: la función original describe una cantidad que cambia, y la derivada $f'(x) = 6x + 2$ nos indica qué tan rápido está cambiando en cada valor de x.

Por ejemplo, si queremos saber la tasa de cambio cuando $x = 2$:

$$f'(2) = 6(2) + 2 = 12 + 2 = 14$$

Esto significa que, en el punto $x = 2$, la función está aumentando a una razón de **14 unidades por cada unidad que aumenta** x.

Hecho por: samuelcevallos17@gmail.com