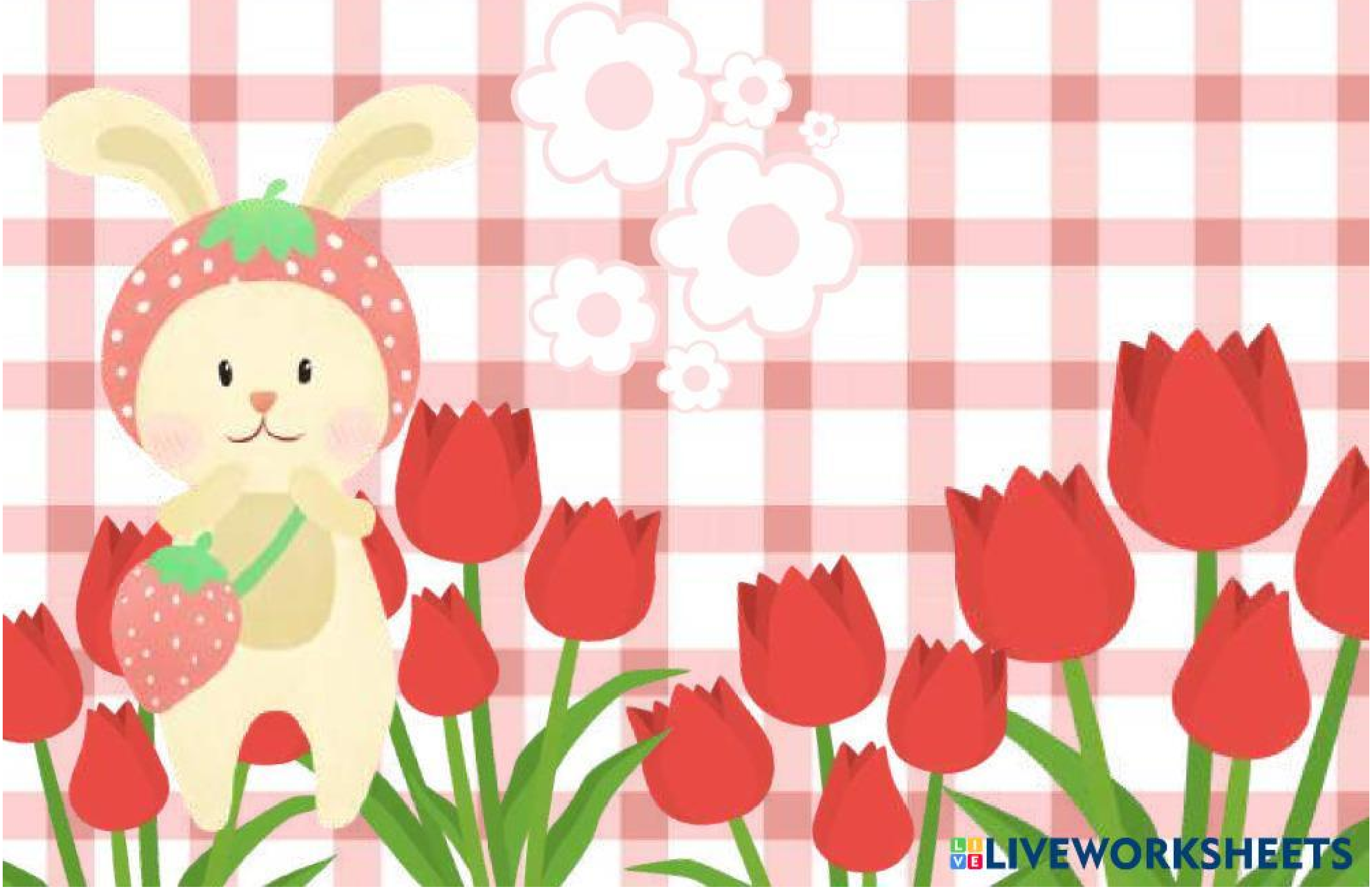
Matemáticas

Britany Guerrero



Cuadernillo Matemáticas

Estudiante:

Britany Guerrero

Curso:

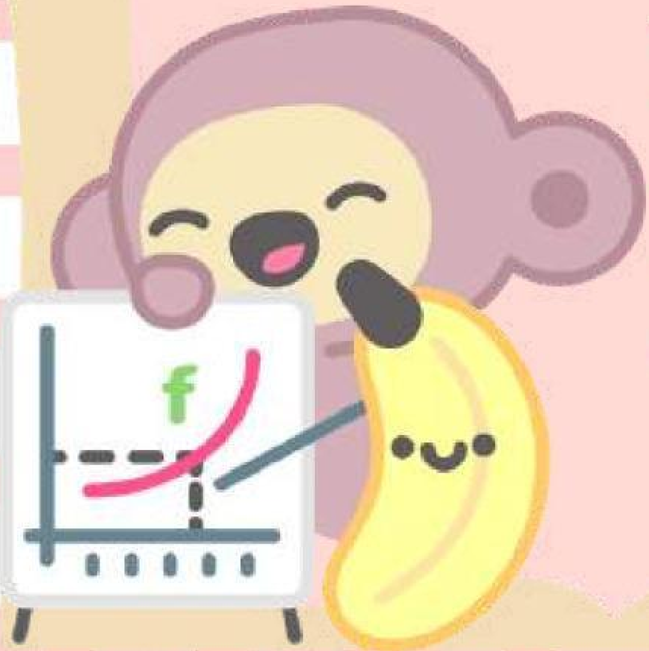
2do BGU "B"

Docente:

Tupac Vallejo

Temas:

- **Límites**
- **Raíces**
- **Logaritmos**
- **Inducción a las derivadas**



Sensopercepción

LÍMITES

lim F([🍓]) = L
x->🍓 .

En matemáticas un límite describe el valor al que se acerca una función a medida que la variable independiente (x) se aproxima a un punto determinado sin necesidad de llegar a tocar ese punto. Es básicamente el estudio de la tendencia de una función, se expresa así:

EL LÍMITE DE F DE X CUANDO X TIENDE A "A" ES IGUAL A (L)

Propiedades Principales :

Estas reglas permiten resolver límites complejos de forma sencilla:

1° Suma y Resta:
El límite de una suma es la suma de los límites.

$$\lim[f(x) \pm g(x)] =$$

$$\lim f(x) \pm \lim g(x)$$

$$\lim(f(x) \cdot g(x)) =$$

$$\lim F(x)$$

2° Producto:
El límite de un producto es igual al límite de otro producto.

3° Cociente:
El límite de una división es la división de los límites.
siempre y cuando el denominador no sea 0

$$\lim \frac{F(x)}{g(x)} = \frac{\lim F(x)}{\lim g(x)}$$

4° Constante:
El límite de un número fijo es ese mismo número.

$$\lim K = K$$

$$\lim[K \cdot F(x)] =$$

$$K \lim F(x)$$

5° Multiplicación por constante:
Puede sacar los números que multiplican a la función fuera del límite.

6° Potencia y Raíz: El límite de una potencia es la potencia del límite.

$$\lim[F(x)]^n =$$

$$[\lim F(x)]^n$$

EJEMPLO 1

$$\lim_{x \to 2}(3x^2 + 5x - 4)$$

$$\lim_{x \to 2} 3x^2 + 5x - 4$$

$$\lim_{x \to 2} 3x^2 + \lim_{x \to 2} 5x - \lim_{x \to 2} 4$$

$$\lim_{x \to 2} 3(2)^2 + \lim_{x \to 2} 5(2) - 4$$

$$12 + 10 - 4 = 18$$

Pasos a Resolver

- Sustitución directa.
- Si hay indeterminación, simplificar.
- Usar factorización o racionalización.
- Sustituir otra vez.

AUTOEVALUACIÓN

El límite de una función estudia el valor al que se acerca la función, sin necesidad de llegar a tocar ese punto.

- [Verdadero] [Falso]

Si al reemplazar directamente el valor de x el resultado es 0/0, significa que el ejercicio ya se terminó y no se puede hacer nada más.

- [Verdadero] [Falso]

Límites Laterales

Los límites laterales son una herramienta fundamental en el cálculo para entender el comportamiento de una función f(x), cuando la variable x se aproxima a un valor específico "a"desde una dirección determinada, ya sea por la izquierda o la derecha.

Definición y Notación

Para que un límite exista en un punto debemos analizar qué sucede cuando nos acercamos por los 2 lados.

Límite por la izquierda: Se denota con un signo menos como un superíndice ($\lim_{x \to a^-} F(x)$). Representa el valor al que se acerca la función cuando tomamos valores de x ligeramente menores que a (alfa).

Indeterminación

Límite por la derecha: Se denota con un signo más (+) como superíndice representa el valor al que se acerca la función cuando tomamos valores de x ligeramente mayores que a.

Suelen utilizarse principalmente en 3 escenarios

Función a trozos (por partes)

Funciones con valor absoluto

Asíntotas verticales

Ejemplo

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x < 2 \\ 5 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

AUTOEVALUACIÓN

Para que un límite exista en un punto, el límite por la izquierda y el límite por la derecha deben dar valores diferentes.

- [Verdadero] [Falso]

Las funciones a trozos (o por partes) son uno de los escenarios principales donde se suelen utilizar los límites laterales.

- [Verdadero] [Falso]

Sensopercepción

Lim F(||)

x->

Límite con valor absoluto

El valor absoluto representa la distancia de un número al cero. Su concepto clave es definirlo como una función a trozos:

- $|x| = x$ si $x \geq 0$
- $|x| = -x$ si $x < 0$

Indeterminación

Cuando un límite produce una indeterminación del tipo $\left[\frac{0}{0}\right]$, es obligatorio analizar los **límites laterales**: por la izquierda ($x \to a^-$) y por la derecha ($x \to a^+$). El límite general existe **si y solo si** ambos límites laterales son iguales.

Límite con valor laterales

Debido a que la definición cambia de signo, se deben calcular los límites por la izquierda (x → a−) y por la derecha (x→ a+).

Existencia de límites

El límite general existe si y solo si los límites laterales son iguales.

Ejemplo

$$\lim_{x \to 3} \frac{|x-3|}{x-3}$$

- $|x-3|$
- $x-3 \geq 0 \longrightarrow \lim_{x \to 3} \frac{x-3}{x-3} = \frac{0}{0}$
- $x-3=3$

$$\lim_{x \to 3} \frac{x+3}{x+3} = \frac{3+3}{3+3} = 1$$

$$\lim_{x \to 3} \frac{-x+3}{-x+3} \neq 0$$

AUTOEVALUACIÓN

Para que un límite general exista, ambos límites laterales deben aproximarse al mismo valor

[Verdadero] [Falso]

AUTOEVALUACIÓN

- Si los límites laterales de una función dan 1 y -1, el límite general es 0
- [Verdadero] [Falso]

- El valor absoluto $|x - 5|$ se escribe como $-(x - 5)$ cuando $x < 5$.
- [Verdadero] [Falso]

Gráfico y límites de logaritmos

Es fundamental saber cómo se comporta la función logaritmo natural (ln(x)) de x en sus extremos. el logaritmo solo existe para números mayores que 0.

Cuando x→∞:

lim ln(x)=∞

x→∞.

Crece lentamente pero va al infinito

Cuando x→0 por la derecha:

lim ln(x)=−∞

X→0.

Se pega al eje "y" y hacia abajo.

Pasos para resolver

Calculamos la indeterminación.

Aplicamos cualquiera de sus propiedades en una función continua.

Identificamos el valor del límite y resolvemos.

Límites Notables

Cuando te encuentres con indeterminaciones 0/0 el siguiente paso será aplicar cualquiera de sus propiedades.

Lim ln(1 + x)=1

x→0.   1

Ejemplo

$$\lim_{x\to 1} \frac{\ln(x)}{x-1}$$

$$\text{im}_{\to 1} \frac{\ln(1)}{1-1} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{\ln(x)}{x-1}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{\frac{x}{1}}{\frac{1}{1}}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{1}{1} = 1//$$

Inducción a la derivada

¿Qué es una derivada?

Es una herramienta matemática que mide la velocidad de cambio instantánea. Te dice qué tan rápido crece o decrece una función en un momento exacto (como el velocímetro de un auto en un segundo preciso).

Nace al intentar encontrar la pendiente de la recta tangente (una línea que toca a una curva en un solo punto P).
•Tomas dos puntos (P y Q) y trazas una recta secante.
•Acercas el punto Q hacia el punto P haciendo que la distancia entre ellos (h) sea casi cero.
•Cuando Q se une con P, la línea se vuelve tangente. La pendiente de esa línea es la derivada.