U.E.C.I.B´´MUYU KAWSAY´´

MATEMÁTICAS

Tercer trimestre

Nombre:Dilan guaiña

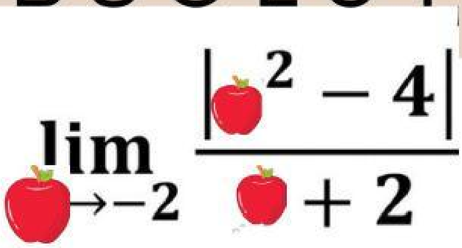
Grado: 2 BGU ´´B´´

Año lectivo: 2025-2026

Fecha: JUNIO 07

LÍMITES CON VALOR ABSOLUTO

Sensopercepción



Los límites con valor absoluto evalúan a qué valor se aproxima una función cuando x tiende a un punto, considerando la magnitud sin importar el signo (distancia al cero). Su concepto clave es definir el valor absoluto como una función por trazos, escribiendo:

| x−a | como (si x⩾a)

O

−(x−a) (si x<a)

Definición de valor absoluto

Representa la distancia a 0:

| x | =x si x⩾0

| x | =−x si x<0

Indeterminación

A menudo, estos límites producen formas indeterminadas, por ejemplo, 0/0, por lo que se requiere analizar los límites laterales.

Límites laterales

Debido a que la definición cambia de signo, se deben calcular los límites por la izquierda (x→a) y por la derecha (x→a+).

Existencia de límites

El límite general existe si y solo si los límites laterales son iguales.

Ejemplo:

$$|x-2| = \begin{cases} x-2, & \text{si } x \geq 2 \\ -(x-2), & \text{si } x < 2 \end{cases}$$

1. Límite por la derecha
$(x \to 2^+)$

Si $x > 2$, entonces $|x-2| = x-2$

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{|x-2|}{x-2} = \lim_{x\to 2^+} \frac{x-2}{x-2} = \lim_{x\to 2^+} 1 = \boxed{1}$$

2. Límite por la izquierda
$(x \to 2^-)$

Si $x < 2$, entonces $|x-2| = -(x-2)$

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{|x-2|}{x-2} = \lim_{x\to 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = \lim_{x\to 2^-} -1 = \boxed{-1}$$

Fecha: JUNIO 07

LÍMITES CON RAÍCES

Sensopercepción

$$\lim_{\text{🍇} \to 4} \frac{\sqrt{1+2\text{🍇}} - 3}{\sqrt{\text{🍇} - 2} - \sqrt{2}}$$

Para resolver límites que involucran raíces, especialmente cuando resultan en una indeterminación 0/0, el método más efectivo es la racionalización.

Concepto clave el conjugado

La idea es eliminar la raíz del numerador o denominador usando la diferencia de cuadrados:(a−b)(a+b)=a2−b2.
Si tienes:x−a su conjugado será:x+a

Pasos para resolver el límite

- Evaluar y sustituir para encontrar la indeterminación.
- Multiplicar por el conjugado.
- Simplificar aplicando la diferencia de cuadrados.
- Cancelar términos.
- Sustituir de nuevo y encontrar el valor final.

Ejemplo:

$$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3}$$

$$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3} = \frac{\sqrt{4} - 2}{0} = \frac{0}{0}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3} &= \lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3} \cdot \frac{\sqrt{x+1} + 2}{\sqrt{x+1} + 2} \\ &= \lim_{x \to 3} \frac{(x+1) - 4}{(x-3)\left(\sqrt{x+1} + 2\right)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3} &= \lim_{x \to 3} \frac{x - 3}{(x-3)\left(\sqrt{x+1} + 2\right)} \\ &= \lim_{x \to 3} \frac{1}{\sqrt{x+1} + 2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3} &= \lim_{x \to 3} \frac{1}{\sqrt{x+1} + 2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{4} + 2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Fecha: JUNIO 07

LÍMITES CON LOGARITMOS

Sensopercepción

$$\lim_{🍌 \to e} \ln 🍌 = 1$$

Los límites con logaritmos son un clásico; su secreto está en dominar sus propiedades y conocer los límites notables.

Propiedades de los logaritmos

Antes de calcular cualquier límite, a menudo tendrás que acomodar la expresión utilizando estas propiedades:

-Logaritmo de un producto:

log b (x.y)=log b (x)+log b(y)

-Logaritmo de un cociente:

logb(x/y)=log(x)-log b(y)

-Logaritmo de una potencia

log b(xn)=nlog b(x)

Gráfico y límite de logaritmos

Es fundamental saber cómo se comporta la función logaritmo natural (ln(x)en sus extremos. El logaritmo solo existe para números mayores que 0.

Cuando x tiende a infinito limx→∞ln(x)=∞

Nota: Crece lentamente, pero va al infinito.

Cuando x tiende a 0 por la derecha limx→0+ln(x)=-∞

Nota: Se aproxima al eje Y y desciende hacia abajo.

Límites notables con logaritmos

Cuando te encuentras con indeterminaciones de tipo 0/0, el siguiente paso será aplicar cualquiera de sus propiedades.

Pasos

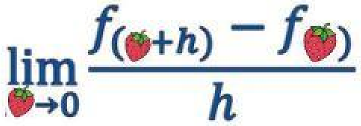
- Calculamos la indeterminación.
- Aplicamos cualquiera de sus propiedades en una función continua.
- Identificamos el valor del límite y resolvemos.

$$\begin{aligned}
&\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} \\
&= \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} \\
&= \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{d}{dx}[\ln(1+x)]}{\frac{d}{dx}[x]} \\
&= \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{1+x}}{1} \\
&= \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{1+x} \\
&= \frac{1}{1+0} \\
&= \boxed{1}
\end{aligned}$$

Fecha: JUNIO 07

INDUCCIÓN A LA DERIVADA

Sensopercepción



La derivada es una herramienta del cálculo que permite medir cómo cambia una función respecto de una variable. Indica la rapidez con la que varía una magnitud en un instante determinado.

Concepto de pendiente

La derivada surge del estudio de la pendiente de una recta tangente a una curva.

- Pendiente positiva: la función crece.
- Pendiente negativa: la función decrece.
- Pendiente cero: la función tiene un punto máximo, mínimo o una parte horizontal.

Razón de cambio

La derivada representa la razón de cambio instantánea de una función.

Ejemplos:

- Velocidad: cambio de posición respecto del tiempo.
- Aceleración: cambio de velocidad respecto del tiempo.
- Crecimiento de una población.

Aplicaciones de la derivada-

- Calcular velocidades y aceleraciones.
- Determinar máximos y mínimos.
- Analizar el crecimiento y decrecimiento de funciones.
- Resolver problemas de optimización.
- Estudiar fenómenos físicos, económicos y biológicos.

Pasos:

- · Aplicar la definición de derivada.
- Sustituir x+h en la función.
- Simplificar la expresión obtenida.
- Cancelar términos comunes.
- Evaluar el límite cuando h→0.
- Obtener la derivada.

Ejemplo:

$$\boxed{\frac{d^n}{dx^n}(x^n) = n! \qquad \forall\, n \in \mathbb{N}}$$

$$\frac{d}{dx}(x) = 1 = 1! = 1 \quad ✓$$

$$\boxed{\frac{d^k}{dx^k}(x^k) = k!}$$

$$\boxed{\frac{d^{k+1}}{dx^{k+1}}(x^{k+1}) = (k+1)!}$$

$$\frac{d^{k+1}}{dx^{k+1}}(x^{k+1}) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d^k}{dx^k}(x^{k+1})\right)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{d}{dx}\left((k+1)\,x^k\right) \\ &= (k+1)\frac{d}{dx}(x^k) \\ &= (k+1)\left(\frac{d^k}{dx^k}(x^k)\right) \\ &= (k+1)(k!) \\ &= (k+1)! \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{d^n}{dx^n}(x^n) = n! \qquad \forall\, n \in \mathbb{N}}$$

Fecha: JUNIO 07

PREGUNTAS

Límites con valor absoluto

1-· ¿Qué se debe calcular en una función con valor absoluto?

a) Los límites laterales.

b) La derivada.

c) El logaritmo

2-¿Cuándo existe un límite con valor absoluto?

a) Cuando los límites laterales son diferentes.

b) Cuando los límites laterales son iguales.

Límites con raíces

1. ¿Para qué sirve la racionalización en los límites con raíces?

a) Para eliminar raíces y simplificar la expresión.

b) Para calcular áreas.

c) Para obtener derivadas.

2. ¿Qué es el conjugado de una expresión con raíz?

a) Una expresión idéntica.

b) Una expresión que cambia el signo entre los términos.

Límites con logaritmos

1. ¿Cuál es una propiedad del logaritmo de un producto?

a) Se suman los logaritmos.

b) Se multiplican los logaritmos.

c) Se dividen los logaritmos.

2. ¿Qué sucede con los logaritmos en una multiplicación?

a) Se suman.

b) Se restan.

c) Se multiplican.

Inducción a la derivada

1. ¿Qué mide la derivada de una función?

a) Su razón de cambio.

b) Su área.

c) Su perímetro.

2. ¿Qué representa la derivada en una gráfica?

a) La pendiente de la recta tangente.

b) El eje horizontal.

c) El origen.