U.E.C.I.B´´MUYU ´KAWSAY´´

MATEMATICAS

Nombre:Dilan guaiña

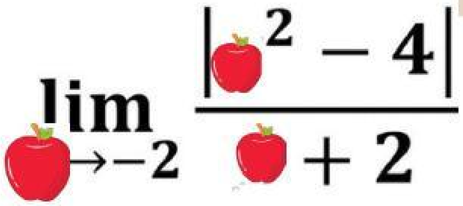
Grado: 2 BGU ´´B´´

Año lectivo: 2025-2026

Fecha: JUNIO 07

LÍMITES CON VALOR ABSOLUTO

Sensopercepción



Los límites con valor absoluto evalúan a qué valor se aproxima una función cuando xxx tiende a un punto, considerando la magnitud sin importar el signo (distancia al 0). Su concepto clave es definir el valor absoluto como una función a trozos, escribiendo:

| x−a | =x−asi x⩾A

O

−(x−a)si x<a

Definición de valor absoluto

Representa la distancia a 0:

| x | =x si x⩾0

| x | =−x si x<0

Indeterminación

A menudo, estos límites producen formas indeterminadas, por ejemplo: 0/0 requiriendo analizar los límites laterales.

Límites laterales

Debido a que la definición cambia de signo, se deben calcular los límites por la izquierda (x→a−) y por la derecha (x→a+).

Existencia de límites

El límite general existe si y solo si los límites laterales son iguales.

Ejemplo:

$$|x-2| = \begin{cases} x-2, & \text{si } x \geq 2 \\ -(x-2), & \text{si } x < 2 \end{cases}$$

1. Límite por la derecha $(x \to 2^+)$

Si $x > 2$, entonces $|x-2| = x-2$

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{|x-2|}{x-2} = \lim_{x\to 2^+} \frac{x-2}{x-2} = \lim_{x\to 2^+} 1 = \boxed{1}$$

2. Límite por la izquierda $(x \to 2^-)$

Si $x < 2$, entonces $|x-2| = -(x-2)$

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{|x-2|}{x-2} = \lim_{x\to 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = \lim_{x\to 2^-} -1 = \boxed{-1}$$

Fecha: JUNIO 07

LÍMITES CON RAÍCES

Sensopercepción

$$\operatorname{Lim}_{\text{🍇}\to 4} \frac{\sqrt{1+2\text{🍇}}-3}{\sqrt{\text{🍇}-2}-\sqrt{2}}$$

Para resolver límites que involucran raíces, especialmente cuando resultan en una indeterminación 0/0, el método más efectivo es la racionalización.

Concepto clave el conjugado

La idea es eliminar la raíz del numerador o denominador usando la diferencia de cuadrados:(a−b)(a+b)=a2−b2.
Si tienes:x−a su conjugado será:x+a

Pasos para resolver el límite

- Evaluar y sustituir para encontrar la indeterminación.
- Multiplicar por el conjugado.
- Simplificar aplicando la diferencia de cuadrados.
- Cancelar términos.
- Sustituir de nuevo y encontrar el valor final.

Ejemplo:

$$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x}+1-2}{x-3} = \frac{\sqrt{4}-2}{0} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} = \lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} \cdot \frac{\sqrt{x+1}+2}{\sqrt{x+1}+2}$$
$$= \lim_{x\to 3} \frac{(x+1)-4}{(x-3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} = \lim_{x\to 3} \frac{x-3}{(x-3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}$$
$$= \lim_{x\to 3} \frac{1}{\sqrt{x+1}+2}$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} = \lim_{x\to 3} \frac{1}{\sqrt{x+1}+2}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{4}+2} = \frac{1}{4}$$

Fecha: JUNIO 07

LÍMITES CON LOGARITMOS

Sensopercepción

Los límites con logaritmos son un clásico; su secreto está en dominar sus propiedades y conocer los límites notables.

Propiedades de los logaritmos

Antes de calcular cualquier límite, a menudo tendrás que acomodar la expresión utilizando estas propiedades:

Logaritmo de un producto:

log b (x.y)=log b (x)+log b(y)

Logaritmo de un cociente:

logb(x/y)=log(x)−log b(y)

Logaritmo de una potencia

log b(xn)=nlog b(x)

Gráfico y límite de logaritmos

Es fundamental saber cómo se comporta la función logaritmo natural (ln(x)en sus extremos. El logaritmo solo existe para números mayores que 0:

Cuando x tiende a infinito limx→∞ln(x)=∞

Nota: Crece lentamente, pero va al infinito.

Cuando x tiende a 0 por la derecha limx→0+ln(x)=−∞

Nota: Se pega al eje Y y hacia abajo.

Límites notables con logaritmos

Cuando te encuentras con indeterminaciones de tipo:0/0 El siguiente paso será aplicar cualquiera de sus propiedades.

limx→0ln(1+x)x=1

Pasos

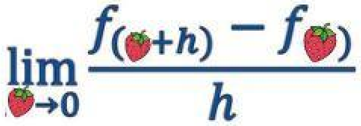
- Calculamos la indeterminación.
- Aplicamos cualquiera de sus propiedades en una función continua.
- Identificamos el valor del límite y resolvemos.

$$\begin{aligned}
&\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x}\\
&= \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x}\\
&= \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{d}{dx}[\ln(1+x)]}{\frac{d}{dx}[x]}\\
&= \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{1+x}}{1}\\
&= \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{1+x}\\
&= \frac{1}{1+0}\\
&= \boxed{1}
\end{aligned}$$

Fecha: JUNIO 07

INDUCCIÓN A LA DERIVADA

Sensopercepción



La derivada es una herramienta del cálculo que permite medir cómo cambia una función respecto a una variable. Indica la rapidez con la que varía una magnitud en un instante determinado.

Concepto de pendiente

La derivada surge del estudio de la pendiente de una recta tangente a una curva.

- Pendiente positiva: la función crece.
- Pendiente negativa: la función decrece.
- Pendiente cero: la función tiene un punto máximo, mínimo o una parte horizontal.

Razón de cambio

La derivada representa la razón de cambio instantánea de una función.

Ejemplos:

- Velocidad: cambio de posición respecto al tiempo.
- Aceleración: cambio de velocidad respecto al tiempo.
- Crecimiento de una población.

Aplicaciones de la derivada-

- Calcular velocidades y aceleraciones.
- Determinar máximos y mínimos.
- Analizar el crecimiento y decrecimiento de funciones.
- Resolver problemas de optimización.
- Estudiar fenómenos físicos, económicos y biológicos.

Pasos:

· Aplicar la definición de derivada.
· Sustituir x+hx+hx+h en la función.
· Simplificar la expresión obtenida.
· Cancelar términos comunes.
· Evaluar el límite cuando h→0h \to 0h→0.
· Obtener la derivada.

Ejemplo:

$$\boxed{\frac{d^n}{dx^n}(x^n) = n! \qquad \forall n \in \mathbb{N}}$$

$$1: \quad \frac{d}{dx}(x) = 1 = 1! = 1 \quad ✓$$

$$\boxed{\frac{d^k}{dx^k}(x^k) = k!}$$

$$\boxed{\frac{d^{k+1}}{dx^{k+1}}(x^{k+1}) = (k+1)!}$$

$$\frac{d^{k+1}}{dx^{k+1}}(x^{k+1}) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d^k}{dx^k}(x^{k+1})\right)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{d}{dx}\left((k+1)x^k\right) \\ &= (k+1)\frac{d}{dx}(x^k) \\ &= (k+1)\left(\frac{d^k}{dx^k}(x^k)\right) \\ &= (k+1)(k!) \\ &= (k+1)! \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{d^n}{dx^n}(x^n) = n! \qquad \forall n \in \mathbb{N}}$$

Fecha: JUNIO 07

P R E G U N T A S

Límites con valor absoluto

1-· ¿Qué se debe calcular en una función con valor absoluto?
a) Los límites laterales.
b) La derivada.
c) El logaritmo
2-¿Cuándo existe un límite con valor absoluto?
a) Cuando los límites laterales son diferentes.
b) Cuando los límites laterales son iguales.

Límites con raíces

1- ¿Para qué sirve la racionalización en los límites con raíces?
a) Para eliminar raíces y simplificar la expresión.
b) Para calcular áreas.
c) Para obtener derivadas.
2-¿Qué es el conjugado de una expresión con raíz?
a) Una expresión idéntica.
b) Una expresión que cambia el signo entre los términos.

Límites con logaritmos

1- ¿Cuál es una propiedad del logaritmo de un producto?
a) Se suman los logaritmos.
b) Se multiplican los logaritmos.
c) Se dividen los logaritmos.
2-¿Qué sucede con los logaritmos en una multiplicación?
a) Se suman.
b) Se restan.
c) Se multiplican.

Inducción a la derivada

1-¿Qué mide la derivada de una función?
a) Su razón de cambio.
b) Su área.
c) Su perímetro.
·2-¿Qué representa la derivada en una gráfica?
a) La pendiente de la recta tangente.
b) El eje horizontal.
c) El origen.