

Límites con Raíces

Los límites con raíces suelen producir indeterminaciones del tipo 0/0. Para resolverlos se utiliza la racionalización mediante el conjugado.

Concepto del conjugado

La idea principal es eliminar la raíz multiplicando por el conjugado.

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Ejemplo de conjugado

Si tenemos $\sqrt{x} - a$, su conjugado será $\sqrt{x} + a$.

Pasos para resolver límites con raíces

1. Sustituir el valor para verificar si existe indeterminación.
2. Multiplicar por el conjugado.
3. Aplicar diferencia de cuadrados.
4. Simplificar y cancelar términos.
5. Sustituir nuevamente para encontrar el resultado final.

Ejemplo resuelto

Lim $(\sqrt{x} - 2)/(x - 4)$ cuando $x \rightarrow 4$.

Al sustituir directamente:

$$(\sqrt{4} - 2)/(4 - 4) = 0/0$$

Multiplicamos por el conjugado:

$$[(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)] / [(x - 4)(\sqrt{x} + 2)]$$

Aplicamos diferencia de cuadrados:

$$(x - 4) / [(x - 4)(\sqrt{x} + 2)]$$

Simplificando:

$$1 / (\sqrt{x} + 2)$$

Sustituyendo $x = 4$:

$$1 / (2 + 2) = 1/4$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 2})^2 - (\sqrt{x^2 + x})^2}{\sqrt{x^2 + 2} + \sqrt{x^2 + x}} \\ = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2 - (x^2 + x)}{\sqrt{x^2 + 2} + \sqrt{x^2 + x}} = \\ = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - x}{\sqrt{x^2 + 2} + \sqrt{x^2 + x}} \end{aligned}$$

Pregunta ?

¿Qué método se utiliza para resolver límites con raíces?