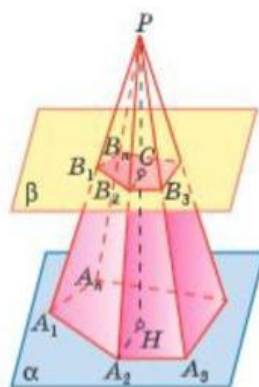


Возьмём произвольную пирамиду  $PA_1A_2\dots A_n$  проведём секущую плоскость  $\beta$ , параллельную плоскости  $\alpha$  основания пирамиды и пересекающую боковые рёбра в точках  $B_1, B_2, \dots, B_n$  (рис. 83). Плоскость  $\beta$  разбивает пирамиду на два многогранника. Многогранник, гранями которого являются  $n$ -угольники  $A_1A_2 \dots A_n$  и  $B_1B_2 \dots B_n$  (нижнее и верхнее основания), расположенные в параллельных плоскостях, и  $n$  четырёхугольников  $A_1A_2B_1B_2, A_2A_3B_2B_3, \dots, A_nA_1B_nB_1$  (боковые грани), называется усечённой пирамидой. Отрезки  $A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_nB_n$  называются боковыми рёбрами усечённой пирамиды. Усечённую пирамиду с основаниями  $A_1A_2 \dots A_n$  и  $B_1B_2 \dots B_n$  обозначают так:  $A_1A_2 \dots A_nB_1B_2 \dots B_n$ .

Перпендикуляр, проведённый из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется высотой усечённой пирамиды. На рисунке 83 отрезок  $CH$  является высотой усечённой пирамиды. Докажем, что боковые грани усечённой пирамиды — трапеции. Рассмотрим, например, боковую грань  $A_1A_2B_2B_1$  (см. рис. 83). Стороны  $A_1A_2$  и  $B_1B_2$  параллельны, поскольку принадлежат прямым, по которым плоскость  $PA_1A_2$  пересекается с параллельными плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ . Две другие стороны  $A_1B_1$  и  $A_2B_2$  этой грани не параллельны — их продолжения пересекаются в точке  $P$ . Поэтому данная грань — трапеция. Аналогично можно доказать, что и остальные боковые грани — трапеции.

Усечённая пирамида называется правильной, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию. Основания правильной усечённой пирамиды — правильные многоугольники, а боковые грани — равнобедренные трапеции (докажите это). Высоты этих трапеций называются апофемами. Площадь боковой поверхности усечённой пирамиды называется суммой площадей её боковых граней.

**Теорема.** Площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды равна произведению полу-суммы периметров оснований на апофему.



Усечённая пирамида

Рис. 83

Таким образом,

1. Нижнее основание — это исходное основание полной пирамиды.
2. Верхнее основание — это многоугольник, полученный в сечении. Он многоугольнику, лежащему в нижнем основании.
3. Основания — правильные многоугольники.
4.  $S_{\text{бок}} = \frac{P_1 + P_2}{2} \cdot a$