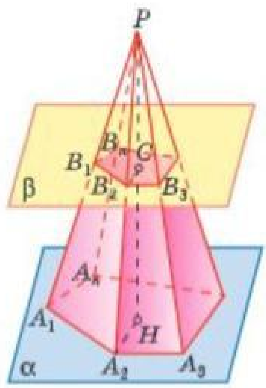
Возьмём произвольную пирамиду $PA_1A_2...A_n$ проведём секущую плоскость β, параллельную плоскости α основания пирамиды и пересекающую боковые рёбра в точках B1, B2, ..., B_n(рис. 83). Плоскость β разбивает пирамиду на два многогранника. Многогранник, гранями которого являются n-угольники $A_1A_2 ... A_n$ и $B_1B_2 ... B_n$ (нижнее и верхнее основания), расположенные в параллельных плоскостях, и n четырёхугольников $A_1A_2B_1B_2$, $A_2A_3B_3B_2$, ..., $A_nA_1B_1B_n$ (боковые грани), называется усечённой пирамидой. Отрезки $A_1 B_1$, A_2B_2, ..., A_nB_n называются боковыми рёбрами усечённой пирамиды. Усечённую пирамиду с основаниями A_1A_2 ... An и $B_1B_2 ... B_n$ обозначают так: $A_1A_2 ... A_nB_1B_2 ... B_n$.

Перпендикуляр, проведённый из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется усечённой пирамиды. На рисунке 83 отрезок CH является высотой усечённой пирамиды. Докажем, что боковые грани усечённой пирамиды — трапеции. Рассмотрим, например, боковую грань $A_1A_2B_2B_1$ (см. рис. 83). Стороны A_1A_2 и B_1B_2 параллельны, поскольку принадлежат прямым, по которым плоскость PA_1A_2 пересекается с параллельными плоскостями α и β. Две другие стороны A_1B_1 и A_2B_2 этой грани не параллельны — их продолжения пересекаются в точке P. Поэтому данная грань — . Аналогично можно доказать, что и остальные боковые грани — . Усечённая пирамида называется правильной, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию. Основания правильной усечённой пирамиды — правильные многоугольники, а боковые грани — равнобедренные трапеции (докажите это). Высоты этих трапеций называются апофемами. Площадью боковой поверхности усечённой пирамиды называется сумма площадей её боковых граней.

Теорема. Площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды равна произведению полу-суммы периметров оснований на .



Усечённая пирамида

Рис. 83