

GENERALISASI



KELILING TRAPESIUM

Anda telah berhasil menemukan, menyusun, dan membuktikan kebenaran rumus Keliling Trapesium. Kini saatnya merumuskan temuan ini menjadi konsep umum yang berlaku untuk semua Trapesium.



PERUMUSAN GENERALISASI

Jelaskan dengan kata-kata Anda sendiri, apa definisi umum dari Keliling pada sebuah bangun datar bersisi (seperti Trapesium)?

Berdasarkan perbandingan di Langkah 5, dapatkah Anda menyimpulkan: Operasi hitung apa yang dilakukan pada keempat sisi Trapesium untuk menemukan Kelilingnya?



PENERAPAN KONSEP

Gunakan rumus yang telah Anda generalisasi untuk menyelesaikan masalah kontekstual berikut:

Seorang surveyor ingin memasang tali batas di sekeliling bidang tanah berbentuk Trapesium. Panjang keempat sisi tanah tersebut adalah: Sisi 1 = 10 m, Sisi 2 = 8 m, Sisi 3 = 15 m dan Sisi 4 = 7 m. Berapa total panjang tali batas yang dibutuhkan surveyor?



Kurikulum
Merdeka



PERTEMUAN IV

LUAS DAN KELILING LINGKARAN

15

STIMULASI



LUAS LINGKARAN



Gambar 4. Lingkaran
Sumber: Canva

Mari Ubah Lingkaran Menjadi Bangun Datar Baru!

Kita hanya mengandalkan satu unsur utama lingkaran, Jari-jari (r). Kita akan mencari Luas (A) lingkaran dengan mengubahnya menjadi bangun datar yang sudah kamu kenal.



EKSPLORASI INTERAKTIF

SCAN BARCODE!



<https://www.geogebra.org/classic>

- Scan Barcode di samping untuk memulai interaksi.
- Gunakan *tools Circle* untuk membuat bangun datar
- lingkaran utuh dipotong menjadi banyak juring kecil, mulai dari 4 juring hingga 16 juring.
- Juring-juring disusun berderet, dengan sisi lengkungnya saling berhadapan.
- Perhatikan bagaimana bentuknya berubah ketika potongan semakin banyak

Ketika jumlah potongan juring (n) dibuat sangat banyak, bangun datar sederhana apa yang sangat mirip dengan hasil susunan tersebut?

Amati baik-baik bangun yang terbentuk. Bagian lingkaran manakah yang secara jelas menjadi tinggi (lebar) dari bangun baru itu?

Bagian lingkaran manakah yang menjadi panjang dari bangun baru itu?

PERNYATAAN MASALAH



LUAS LINGKARAN



Setelah mengamati proses transformasi lingkaran menjadi bangun datar baru pada simulasi Geogebra, rumuskan masalah atau pertanyaan yang akan kamu pecahkan terkait hubungan antara dimensi bangun datar baru tersebut dengan Luas Lingkaran (A).



MERUMUSKAN MASALAH

Jika luas lingkaran sama dengan luas bangun datar yang terbentuk, bagaimana cara menurunkan rumus Luas Lingkaran (A) dalam bentuk variabel π dan r dari rumus luas bangun datar yang terbentuk?



MERUMUSKAN HIPOTESIS

Apakah bangun datar yang terbentuk menyerupai Persegi Panjang memiliki lebar yang sama dengan jari-jari (r) lingkaran semula?

Apakah panjang bangun datar yang terbentuk merupakan bagian dari Keliling Lingkaran?

PENGUMPULAN DATA



LUAS LINGKARAN



Langkah ini dirancang untuk mendapatkan data Luas (L) dan Jari-jari (r) yang bervariasi, yang kemudian akan digunakan untuk menguji hipotesis hubungan perkalian Anda.



AKTIVASI PENGUKURAN

Berdasarkan pengamatanmu pada simulasi Geogebra (ketika jumlah juring dibuat sangat banyak), lengkapi tabel di bawah ini untuk menghubungkan unsur-unsur pada Lingkaran dengan dimensi pada Bangun Datar Baru (yang menyerupai Persegi Panjang).

Dimensi Bangun Datar Baru	Asal dari Unsur Lingkaran	Hubungan Geometris	Simbol (dalam variabel r)
Lebar (Tinggi)			
Panjang			



PERTANYAAN ANALISIS

Tuliskan rumus Luas bangun datar yang terbentuk (Persegi Panjang) menggunakan variabel Panjang dan Lebar:

Substitusikan Keterangan dari tabel ke dalam rumus Luas di atas:

PENGOLAHAN DATA



LUAS LINGKARAN



Pada matematika, terdapat konstanta yang menyatakan perbandingan antara panjang seluruh Tepi Lingkaran dengan Diameter (d). Konstanta ini disebut π .



ANALISIS DATA

Ambil data panjang Jari-jari (r) yang diukur pada GeoGebra. Lakukan perhitungan Luas manual dalam dua tahap:

- Kuadratkan jari-jari
- Kalikan hasilnya dengan π (ϕ) = 3,14



VERIFIKASI AKHIR

Data Pengukuran	Jari-Jari (r)	Jari-Jari Kuadrat ($r^2 = r \times r$)	Perhitungan Luas Manual ($L = \pi \times r^2$)	Hasil Luas Akhir (L)
Baris 1			 $\times$	
Baris 2			 $\times$	
Baris 3			 $\times$	

Penyusunan Rumus Luas:

Anda telah menemukan rumus Luas Lingkaran. Tuliskan rumus Luas (L) Lingkaran secara umum menggunakan notasi π dan r .

VERIFIKASI



LUAS LINGKARAN



Langkah ini membuktikan bahwa rumus yang Anda temukan di Langkah sebelumnya adalah benar dengan membandingkan hasil perhitungan Luas manual dengan data Luas otomatis dari GeoGebra.



INSTRUKSI PENGUJIAN DATA

- Kembali ke widget GeoGebra.
- Mintalah guru Anda untuk menampilkan nilai Luas Otomatis (L) yang dihitung oleh GeoGebra untuk setiap Lingkaran yang telah Anda buat.
- Lengkapi kolom Luas Otomatis (L) dengan nilai yang muncul di GeoGebra untuk setiap baris data.



TABEL PENGUKURAN

Data Pengukuran	Hasil Luas Manual Anda dengan $\pi = 3,14$	Luas Otomatis GeoGebra	Verifikasi (Cocok/Tidak Cocok)
Baris 1			
Baris 2			
Baris 3			

Apakah hasil Luas manual mendekati hasil Luas Otomatis GeoGebra?

Jika hasilnya sama, rumus yang Anda temukan terverifikasi benar. Jika hasilnya berbeda pada salah satu baris, identifikasi dan diskusikan dengan kelompok Anda. Apakah ada kesalahan dalam proses penjumlahan manual di Langkah sebelumnya?

GENERALISASI



LUAS LINGKARAN



Anda telah berhasil menemukan, menyusun, dan membuktikan kebenaran rumus Luas Lingkaran (L). Kini saatnya merumuskan temuan ini menjadi konsep matematika formal.



PERUMUSAN GENERALISASI

Bagaimana rumus $L = \pi \times r^2$ dapat berasal dari rumus Luas Persegi Panjang $L = p \times l$ pada bangun hasil transformasi juring?

Mengapa untuk menghitung luas lingkaran, yang Anda butuhkan hanya Jari-jari (r) saja, dan bukan Diameter (D)?



PENERAPAN KONSEP

Sebuah taman berbentuk lingkaran memiliki jari-jari (r) sepanjang 49 m. Hitung Luas taman tersebut! (Gunakan $\pi = 22/7$ untuk kemudahan hitungan). Tunjukkan Proses Hitung Anda:

STIMULASI



KELILING LINGKARAN



Gambar 5. Lingkaran
Sumber: Canva

Perhatikan Lingkaran yang kamu buat di GeoGebra. Bisakah kita menghitung kelilingnya dengan menjumlahkan sisi? Tentu tidak! Amati hubungan antara Keliling (garis tepi) dan Diameter (garis tengah). Bisakah kamu menebak Kelilingnya?



EKSPLORASI INTERAKTIF

SCAN BARCODE!



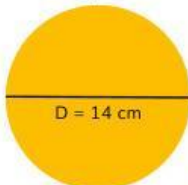
<https://www.geogebra.org/classic>

- Scan Barcode di samping untuk memulai interaksi.
- Gunakan *tools Circle* untuk membuat bangun datar
- Cari titik-titik berwarna (titik sudut) yang berfungsi sebagai alat untuk memodifikasi bangun datar.
- Gunakan sentuhan untuk menggeser titik-titik kontrol secara perlahan.
- Ubah ukurannya menjadi lebih panjang, lebih lebar, dan lebih kecil secara keseluruhan.

Apa bedanya Keliling Lingkaran dengan Keliling Trapesium?

Coba geser Diameter di GeoGebra. Apa yang terjadi pada Kelilingnya?

Coba perkirakan Keliling Lingkaran jika Diameternya adalah 14 cm!



PERNYATAAN MASALAH



KELILING LINGKARAN



Dari pengamatan sebelumnya, kita tahu Lingkaran tidak memiliki sisi, sehingga Kelilingnya tidak bisa dihitung dengan penjumlahan seperti Trapesium atau Jajar Genjang. Kita harus mencari hubungan khusus antara Keliling (K) dan Diameter (D) Lingkaran.



MERUMUSKAN MASALAH

Jika Keliling (K) lingkaran tidak bisa dihitung dengan penjumlahan, operasi matematika (perkalian/pembagian) apa yang dapat menghubungkan Keliling (K) dengan Diameternya (D)?



MERUMUSKAN HIPOTESIS

Anda menduga Keliling adalah hasil perkalian Diameter dengan suatu bilangan. **Tuliskan dugaan operasi hitung Anda:**

Berdasarkan hipotesis sebelumnya, mengapa Anda menduga menggunakan operasi perkalian? (Jelaskan secara singkat).

PENGUMPULAN DATA



KELILING LINGKARAN



Langkah ini dirancang untuk mendapatkan data Keliling (K) dan Diameter (D) yang bervariasi, yang kemudian akan digunakan untuk mencari hubungan (rasio) antara keduanya serta untuk menguji hipotesis hubungan perkalian Anda.



AKTIVASI PENGUKURAN

- kembali widget GeoGebra yang menampilkan Lingkaran.
- Geser titik kontrol Lingkaran untuk mendapatkan 4 variasi ukuran (Lingkaran besar, kecil, sedang, dll.).
- Untuk setiap variasi, fokuslah pada nilai Diameter (D) dan Keliling (K) yang otomatis ditampilkan di layar GeoGebra.
- Catat kedua nilai tersebut ke dalam tabel di bawah ini.



TABEL PENGUKURAN

No.	Diameter (D)	Keliling (K)	Rasio (K/D)
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			

Catatan Penting: Kolom Rasio (K/D)* adalah kolom pengolahan data. Anda dilarang mengisi kolom ini sampai Anda mencapai Langkah 4 (Data Processing).

PENGOLAHAN DATA



KELILING LINGKARAN



Langkah ini adalah inti dari Discovery Learning untuk Lingkaran, di mana siswa menganalisis data K dan D yang telah mereka catat untuk menemukan pola rasio pada penemuan konstanta Phi untuk Keliling Lingkaran.



ANALISIS DATA

Gunakan data Keliling (K) dan Diameter (D) dari Tabel sebelumnya. Lakukan perhitungan pembagian (K/D) setiap baris data. Catat hasilnya pada kolom Rasio (K/D) di Tabel sebelumnya. Gunakan dua angka di belakang koma (desimal) untuk pembulatan.



VERIFIKASI AKHIR

Apakah semua hasil pembagian K/D memiliki nilai yang sama atau mendekati satu sama lain?

Bilangan konstan ini adalah bilangan istimewa dalam matematika yang dilambangkan dengan huruf Yunani Phi (π). Berapakah nilai rata-rata yang Anda temukan untuk Phi?

Penyusunan Rumus Keliling:

Karena $K/D = \text{Phi}$, maka kita dapat merumuskan rumus Keliling dengan mengalikan Phi dengan D. Rumus keliling lingkaran versi kelompok kami:

VERIFIKASI



KELILING LINGKARAN

Langkah ini membuktikan bahwa rasio (K/D) yang Anda temukan di Langkah 4 memang merupakan konstanta yang benar dan dapat digunakan untuk menghitung Keliling secara akurat dengan membandingkan perhitungan manual menggunakan nilai Phi formal dengan data otomatis GeoGebra.



INSTRUKSI PENGUJIAN DATA

- Gunakan nilai rata-rata π yang Anda temukan sebelumnya.
- Ambil Diameter (D) dari baris data Anda
- Hitung Kelilingnya secara manual menggunakan rumus yang Anda temukan.
- Gunakan Nilai Phi: 3,14 atau Tinggalkan 22/7 untuk perhitungan ini.



TABEL PENGUKURAN

Data Pengukuran	Hasil Keliling Manual Anda dengan $\pi = 3,14$	Keliling Otomatis GeoGebra	Verifikasi (Cocok/Tidak Cocok)
Baris 1			
Baris 2			
Baris 3			

Apakah hasil Keliling manual mendekati hasil Keliling Otomatis GeoGebra?

Jika hasilnya sama, rumus yang Anda temukan terverifikasi benar. Jika hasilnya berbeda pada salah satu baris, identifikasi dan diskusikan dengan kelompok Anda. Apakah ada kesalahan dalam proses penjumlahan manual di Langkah 4?

GENERALISASI



KELILING LINGKARAN



Anda telah berhasil menemukan, menyusun, dan membuktikan kebenaran rumus Keliling Lingkaran (K). Kini saatnya merumuskan temuan ini menjadi konsep matematika formal dan universal



PERUMUSAN GENERALISASI

Jelaskan, apa definisi dari bilangan Phi (π) yang Anda temukan dalam konteks Keliling (K) dan Diameter (D) Lingkaran?

Apakah nilai Phi akan berubah jika Anda mengukur lingkaran yang jauh lebih besar (misalnya, roda mobil)? Jelaskan alasannya!

Berdasarkan rumus yang telah terverifikasi benar di Langkah 5, rumuskanlah kesimpulan akhir Keliling Lingkaran!



PENERAPAN KONSEP

Sebuah roda sepeda memiliki Diameter (D) sepanjang 70 cm. Roda tersebut berputar sebanyak 50 kali dalam perjalanan. Berapa total jarak yang telah ditempuh roda tersebut? (Gunakan $\pi = 22/7$. Tunjukkan Proses Hitung Anda:

SOAL PEMAHAMAN KONSEP

1. Cocokkan bangun datar di bawah ini dengan nama dan rumus keliling yang tepat.





2. Hubungkan manakah hasil yang tepat dari perhitungan luas Lingkaran.

Lingkaran A
r = 14 cm

Lingkaran B
d = 14 cm

Lingkaran C
r = 10 cm

Hasil: 154 cm

Hasil: 314 cm

Hasil: 616 cm

3. Sebuah trapesium memiliki panjang sisi-sisi (sisi sejajar dan sisi tidak sejajar) berturut-turut: 15 cm, 10 cm, 8 cm, dan 12 cm. Berapakah keliling trapesium tersebut?

4. Hubungkan soal dengan jawaban keliling yang tepat. Gunakan $\pi = 3.14$.

Keliling lingkaran dengan jari-jari (r) 10 cm. ($K = 2\pi r$)

Keliling lingkaran dengan diameter (D) 10 cm. ($K = \pi D$)

5. Pilih rumus yang benar dan hasil perhitungan luas pada kotak jawaban yang tersedia.

Bangun Datar	Jari-jari	Diameter	Rumus	Luas
Lingkaran	14 cm	28 cm		