Lembar Kerja Peserta Didik

LKPD Matematika

Sistem Persamaan Linear (SPLDV & SPLTV)

Nama : _____

Kelas : _____

LIVEWORKSHEETS

SPLDV
(Sistem Persamaan Linear Dua Variabel)

SPLDV adalah suatu sistem persamaan yang terdiri dari dua persamaan linear yang memuat dua variable dan berbentuk $\begin{cases} ax + by = c \\ x + qy = r \end{cases}$ dengan $a, b, c, p, q, r \in \mathbb{R}$ dan $a, b,\ p, q\ \neq 0$

Contoh:

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p + q = 8 \\ 2p + 2q = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a - 2b = 7 \\ 9a - 6b = 21 \end{cases}$$

- Cara untuk menyelesaikan SPLDV:
- Cara eliminasi
- Cara subtitusi
- Cara gabungan eliminasi – subtitusi

Contoh

Selesaikan persamaan $\begin{cases} 6x - y = 14 \\ 3x + 4y = -2 \end{cases}$

Penyelesaian

❖ **Cara eliminasi**

$$\begin{cases} 6x - y = 14 & \dots\dots\dots\dots (1) \\ 3x + 4y = -2 & \dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

Dengan mengeliminasi y pada persamaan (1) dan (2), diperoleh:

$$\begin{cases} 6x - y = 14 & \dots\dots\dots\dots |\times 2| \rightarrow 24x - 4y = 56 \\ 3x + 4y = -2 & \dots\dots\dots\dots |\times 1| \rightarrow 3x + 4y = -2 \end{cases}$$

$$27x = 54 \quad +$$

$$x = 2$$

LIVEWORKSHEETS

Dengan mengeliminasi x pada persamaan (1) dan (2), diperoleh:

$$\begin{array}{l} 6x - y = 14 \ldots\ldots\ldots\ldots |\times 1| \rightarrow 6x - y = 14 \\ 3x + 4y = -2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots |\times 2| \rightarrow 6x + 8y = -4 \\ \hline -9y = 18 \\ y = -2 \end{array} \; -$$

Jadi, penyelesaiannya adalah $(2, -2)$

❖ **Cara subtitusi**

$$\begin{cases} 6x - y = 14 & \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ 3x + 4y = -2 & \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

Dari persamaan (1) diperoleh:

$$6x - y = 14$$
$$y = 6x - 14$$

Persamaan (1) disubtitusikan pada persamaan (2), diperoleh:

$$3x + 4y = -2$$
$$3x + 4(6x - 14) = -2$$
$$3x + 24x - 56 = -2$$
$$27x - 56 = -2$$
$$27x = -2 + 56$$
$$27x = 54$$
$$x = \frac{54}{27}$$
$$x = 2$$

Subtitusi nilai $x = 2$ pada persamaan y

$$y = 6(2) - 14$$
$$y = 12 - 14$$
$$y = -2$$

Jadi penyelesaiannya adalah $(2, -2)$

❖ **Cara gabungan eliminasi – subtitusi**

$$\begin{cases} 6x - y = 14 & \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ 3x + 4y = -2 & \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

Dengan mengeliminasi y pada persamaan (1) dan (2), diperoleh:

$$\begin{array}{l} 6x - y = 14 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots |\times 4| \rightarrow 24x - 4y = 56 \\ 3x + 4y = -2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots |\times 1| \rightarrow 3x + 4y = -2 \\ \hline 27x = 54 \rightarrow x = 2 \end{array} \; +$$

LIVEWORKSHEETS

$x = 2$ disubtitusikan pada persamaan (2), diperoleh:

$$3x + 4y = -2$$
$$3(2) + 4y = -2$$
$$6 + 4y = -2$$
$$4y = -2 - 6$$
$$4y = -8$$
$$y = \frac{-8}{4}$$
$$y = -2$$

Jadi penyelesaiannya adalah $(2, -2)$

➢ **Penerapan SLDV**

Contoh:

Empat tahun yang lalu umur Andi $\frac{1}{2}$ umur Rudi. Empat tahun yang akan datang umur Andi $\frac{3}{4}$ umur Rudi

a) Tentukan model mtematika dari masalah tersebut
b) Berapa umur rudi sekarang

Penyelesaian:

a) Model matematika dari masalah tersebut , sebagi berikut:
Misal:
x = Umur Andi sekarang
y = Umur Andi sekarang

$$\begin{cases} y - 4 = \frac{1}{2}(x - 4) & \dots\dots\dots\dots (1) \\ y + 4 = \frac{3}{4}(x + 4) & \dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

b) Umur Rudi sekarang
Dari persamaan (1) diperoleh

$$y - 4 = \frac{1}{2}(x - 4)$$
$$y - 4 = \frac{1}{2}\dots - \cdots$$
$$y = \frac{1}{2}\dots - \cdots + \cdots$$
$$y = \frac{1}{2}\dots + \cdots$$

LIVEWORKSHEETS

$$\frac{\cdots}{\cdots}x - \frac{\cdots}{\cdots}x = \cdots - \cdots$$

$$-\frac{1}{4}x = -\cdots$$

$$x = -\cdots(-\cdots)$$

$$x = \cdots$$

✓ SOAL

1. Selesaikan sistem persamaan $\begin{cases} 7x - y = -1 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$ dengan menggunakan cara eliminasi
2. Tentukan himpunan penyelesaian dari $\begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$ dengan menggunakan cara subtitusi
3. Tentukan nilai $2p - q$ dari $\begin{cases} p + 3q = -3 \\ 2p - q = 15 \end{cases}$ dengan menggunakan cara gabungan eliminasi – substitusi

Penyelesaian:

$$\begin{cases} p + 3q = -3 & \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ 2p - q = 15 & \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

Dengan mengeliminasi y pada persamaan (1)dan(2), diperoleh:

$$\begin{array}{lll} p + 3q = -3 & \ldots\ldots\ldots\ldots & |\times 1| \rightarrow \cdots + \cdots = -3 \\ 2p - q = 15 & \ldots\ldots\ldots\ldots & |\times \ldots| \rightarrow \cdots - 3q = \cdots \\ & & \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\quad +} \\ & & \ldots p = \cdots \rightarrow p = \cdots \end{array}$$

Subtitusi $p = 6$ pada persamaan (1)

$$\ldots + \cdots q = \cdots$$

$$\ldots + \cdots q = -3$$

$$\ldots q = \cdots$$

$$q = \cdots$$

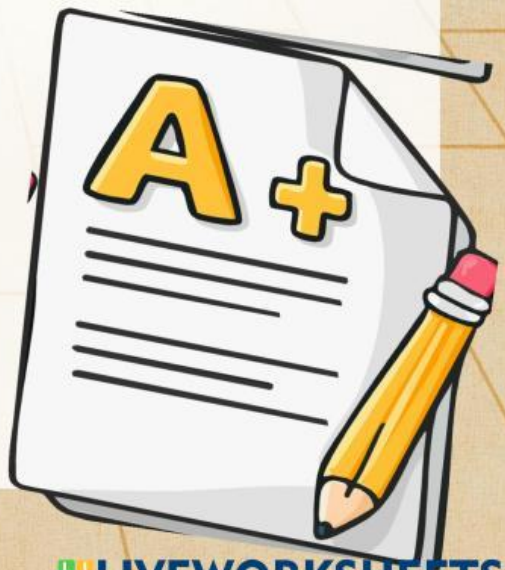
Jadi, nilai dari $2p - q = 2(\ldots) - (\ldots) = \cdots + \cdots = \cdots$

4. Hitunglah nilai $(x + y)(x - y)$dari sistem persamaan $\begin{cases} \frac{x-y}{3} = \frac{y-1}{4} \\ \frac{4x-5y}{7} = x - 7 \end{cases}$

LIVEWORKSHEETS

5. Sebuah pabrik memproduksi dua jenis barang, yaitu barang A dan barang B. Dalam satu hari, total produksi kedua barang tersebut adalah 120 unit. Biaya produksi untuk satu unit barang A adalah Rp5.000 dan barang B adalah Rp8.000. Jika total biaya produksi dalam satu hari adalah Rp780.000, tentukan:

a) Banyak barang A yang diproduksi
b) Banyak barang B yang diproduksi
c) Selesaikan menggunakan subtitusi !



LIVEWORKSHEETS

SPLTV
(Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel)

SPLTV adalah suatu sistem persamaan yang terdiri dari tiga persamaan linear yang memuat tiga variabel dan mempunyai bentuk umum

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

Contoh:

a) $\begin{cases} x - y + 2z = -5 \\ 2x + y + z = -1 \\ x + y - z = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{x+y+z+7}{x+y} = 2 \\ \frac{x+y+z-1}{y} = 3 \\ \frac{y+z+9}{x-1} = 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3} \end{cases}$

Cara yang digunakan untuk menyelesaikan SPLTV:

❖ **Cara subtitusi**

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian dari $\begin{cases} x - y + 2z = -5 \\ 2x + y + z = -1 \\ x + y - z = 3 \end{cases}$

Penyelesaian:

$\begin{cases} x - y + 2z = -5 \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ 2x + y + z = -1 \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \\ x + y - z = 3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots . (3) \end{cases}$

LIVEWORKSHEETS

Dari persamaan (2), diperoleh

$$2x + y + z = -1 \rightarrow z = -2x - y - 1$$

Persamaan (2) disubtitusikan ke persamaan (1), diperoleh

$$x - y + 2z = -5$$

$$x - y + 2(- \cdots \ldots - \cdots - \cdots) = -5$$

$$x - y - \cdots \ldots - \cdots \ldots - \cdots = -5$$

$$- \cdots x - \cdots y - \cdots = -5$$

$$- \cdots x - \cdots y = -5 + \cdots$$

$$-3x - 3y = - \cdots$$

$$- \cdots - \cdots = - \cdots$$

$$- \cdots = - \cdots + x$$

$$\ldots = \cdots - \cdots \qquad \ldots (4)$$

Persamaan (2) disubtitusikan ke persamaan (3), diperoleh

$$\ldots + \cdots - \cdots = 3$$

$$x + y - (- \cdots \ldots - \cdots - \cdots) = 3$$

$$x + y + \cdots \ldots + \cdots + \cdots = 3$$

$$\ldots x + \cdots y + 1 = 3$$

$$\ldots x + \cdots y = \cdots - \cdots$$

$$\ldots x + \cdots y = \cdots \qquad \ldots (5)$$

Persamaan (4) disubtitusikan ke persamaan (5), diperoleh

$$\ldots x + 2y = \cdots$$

$$\ldots x + 2(\ldots - \cdots) = \cdots$$

$$\ldots x + 2 - \cdots x = 2$$

$$\ldots + \cdots = 2$$

$$\ldots = \cdots - \cdots$$

$$x = \cdots$$

LIVEWORKSHEETS

Subtitusikan $x = 0$ ke persamaan (4)

$$y = \cdots - x$$

$$y = \cdots - \cdots$$

$$y = \cdots$$

Subtitusikan $x = 0$ dan $y = 1$ ke persamaan (2)

$$z = -2 \ldots - \cdots - 1$$

$$z = -2(\ldots) \ldots - \cdots$$

$$z = \cdots$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(\ldots, \ldots, \ldots)\}$

❖ **Cara gabungan subtitusi – eliminasi**

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian dari $\begin{cases} x - y + 2z = -5 \\ 2x + y + z = -1 \\ x + y - z = 3 \end{cases}$

Penyelesaian:

Mengeliminasi z pada persamaan (1) dan (2), diperoleh

$$x - y + 2z = -5 \quad |\times 1| \rightarrow x - y + 2z = -5$$
$$2x + y + z = -1 \quad |\times 2| \rightarrow \cdots \ldots + \cdots y + \cdots z = -2$$
$$\ldots x - \cdots y = \cdots \quad -$$
$$\ldots x - y = \cdots$$
$$x + y = \cdots$$
$$y = \cdots - \cdots \quad \ldots (4)$$

Dengan mengeliminasi persamaan (2) dan (3)

$$\ldots x + y + z = - \cdots$$
$$\ldots + \cdots - \cdots = \cdots \quad +$$
$$\ldots + \cdots = \cdots \quad \ldots (5)$$

LIVEWORKSHEETS

Persamaan (4) disubtitusikan ke persamaan (5), diperoleh

$$\ldots x + \cdots y = \cdots$$

$$\ldots x + \cdots (\ldots - \cdots) = 2$$

$$\ldots x + \ldots - \cdots x = 2$$

$$x = \cdots$$

Subtitusi $x = 0$ ke persamaan (4)

$$y = \cdots - x$$

$$y = \cdots - \cdots$$

$$y = \cdots$$

Subtitusi x dan y ke persamaan (3)

$$x + y - z = 3$$

$$\ldots + \cdots - \cdots = 3$$

$$\ldots - \cdots = 3$$

$$z = \cdots$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(\ldots, \ldots, \ldots)\}$

LIVEWORKSHEETS

➢ **Penerapan SPLTV**

Contoh:

Di sebuah toko, harga 1 buku, 1 pensil, dan 1 penghapus tidak diketahui

- 2 buku + 1 pensil + 1 penghapus berharga Rp. 11.000
- 1 buku + 3 pensil + 1 penghapus berharga Rp. 13.000
- 3 buku + 2 pensil + 2 penghapus berharga Rp. 19.000

Tentukan:

a) Harga 1 buku
b) Harga 1 pensil
c) Harga 1 penghapus

Penyelesaian:

Misalkan

x = buku

y = pensil

z = penghapus

Bentuk ke dalam persamaan

1. $2 \ldots + \cdots + \cdots = 11.000$
2. $\ldots + \cdots + z = \cdots$
3. $\ldots + 2y + \cdots = \cdots$

Eliminasi z dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{rl} \ldots + \cdots + \cdots = 11.000 & \\ x + \cdots + z = \cdots & - \\ \hline \ldots - \cdots y = \cdots & \ldots \quad (4) \end{array}$$

Eliminasi z dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{lll} \ldots x + \cdots + z = \cdots & |\times \ldots| \rightarrow & \ldots x + \cdots y + \cdots z = 22.000 \\ \ldots + 2y + \cdots = \cdots & |\times 1| \rightarrow & \ldots + 2y + \cdots = \cdots \\ & & \hline & & \ldots = \cdots \end{array} \quad -$$

LIVEWORKSHEETS

Subtitusi $x = 3.000$ ke persamaan (4)

$$\ldots - \cdots y = \cdots$$

$$\ldots - \ldots y = \cdots$$

$$\ldots y = \cdots - 3.000$$

$$\ldots y = \cdots$$

$$y = \cdots$$

Subtitusi $x = 3.000$ dan $y = \cdots$ ke persamaan (1)

$$2(\ldots) + \cdots + z = \cdots$$

$$\ldots + \cdots + z = \cdots$$

$$8.500 + z = \cdots$$

$$z = \cdots$$

Jadi, harga buku, pensil dan penghapus adalah

Buku = ...

Pensil = ...

Penghapus = ...

✓ SOAL

1) Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan berikut dengan menggunakan cara substitusi

$$\begin{cases} x - y + 2z = -2 \\ x - y - z = 0 \\ x + y + z = -6 \end{cases}$$

Penyelesaian:

Ubah bentuk dari persamaan (2) menjadi $x =$

$$x - y - z = 0 \rightarrow \cdots = \cdots + \cdots$$

Subtitusi persamaan (2) ke persamaan (1)

$$x - y + 2z = -2$$

$$(\ldots + \cdots) - y + 2z = -2$$

$$\ldots = -2$$

$$z = -\frac{\ldots}{\ldots}$$

LIVEWORKSHEETS

Subtitusi nilai $z = -\frac{\cdots}{\cdots}$ pada persamaan (2)

$$x = \cdots + \cdots$$

$$x = \cdots + \left(-\frac{\cdots}{\cdots}\right)$$

$$x = \cdots - \frac{\cdots}{\cdots} \quad \ldots (5)$$

Subtitusi persamaan (5) dan $z = -\frac{\cdots}{\cdots}$ pada persamaan (3)

$$x + y + z = -6$$

$$\ldots - \frac{\cdots}{\cdots} + y + \left(-\frac{\cdots}{\cdots}\right) = -6$$

$$\ldots y - \frac{\cdots}{\cdots} = -6$$

$$\ldots y = -6 + \frac{\cdots}{\cdots}$$

$$\ldots y = -\frac{\cdots}{\cdots}$$

$$y = -\frac{\cdots}{\cdots}$$

Subtitusi $y = -\frac{\cdots}{\cdots}$ pada persamaan (2)

$$x = -\frac{\cdots}{\cdots} - \frac{\cdots}{\cdots}$$

$$x = \cdots$$

Jadi, penyelesaiannya adalah $\left(\ldots, -\frac{\cdots}{\cdots}, -\frac{\cdots}{\cdots}\right)$

2) Selesaikan sistem persamaan berikut dengan menggunakan cara eliminasi - substitusi

a) $\begin{cases} x - y - z = 4 \\ x + 2y + z = -4 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = -7 \\ 3z - x = -5 \\ 2y + z = -1 \end{cases}$

LIVEWORKSHEETS

3) Keliling suatu segitiga adalah 26 cm. Sisi terpanjang lebih pendek 2 cm dari jumlah keduasisi lainnya. Apabila sisi terpanjang lebih panjang 4 cm dari sisi tengahnya, tentukan panjang ketiga sisi segititga itu.

Penyelesaian:
Misalkan:
$x =$ Sisi terpanjang
$y =$ Sisi tengah
$z =$ Sisi terpendek

Ubah ke dalam bentuk persamaan

1) $\ldots + \cdots + \cdots = 26$

2) $x = (\ldots + \cdots) - \cdots$

3) $x = \cdots + \cdots$

Subtitusi persamaan (3) pada persamaan (2)

$$\ldots + \cdots = (y + \cdots) - \cdots$$

$$\ldots = z - \cdots$$

$$z = \cdots - \cdots$$

$$z = \cdots$$

Subtitusi persamaan (3) dan nilai z pada persamaan (1)

$$(\ldots + \cdots) + y + \cdots = 26$$

$$\ldots y + \cdots = 26$$

$$\ldots y = \cdots$$

$$y = \cdots$$

Cari nilai x dengan subtitusi pada persamaan (3)

$$x = \cdots + \cdots$$

$$x = \cdots + 4$$

$$x = \cdots$$

LIVEWORKSHEETS

Jadi, panjang ketiga sisi segititga tersebut adalah

Sisi terpanjang = ⋯

Sisi Tengah = ⋯

Sisi terpendek = ⋯

4) Ada tiga bilangan, bilangan pertama ditambah bilangan kedua sama dengan dua kali bilangan ketiga. Selisih bilangan pertama dan ketiga sama dengan seperempat bilangan kedua. Apabila jumlah ketiga bilangan itu 15, tentukan ketiga bilangan tersebut!

LIVEWORKSHEETS