

# ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

## KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

### ĐỀ 01

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Thể tích  $V$  (đơn vị:  $\text{cm}^3$ ) của 1kg nước tại nhiệt độ  $T$  (đơn vị:  $^{\circ}\text{C}$ ) được tính bởi hàm số  $V(T)$ ,  $T \in [0; 30]$ . Biết hàm số  $V(T)$  có bảng biến thiên như sau

| $T$     | 0      | $T_1$    | 30      |
|---------|--------|----------|---------|
| $V'(T)$ | -      | 0        | +       |
| $V(T)$  | $V(0)$ | $V(T_1)$ | $V(30)$ |

Với  $T_1 \approx 3,97^{\circ}\text{C}$ . Hỏi thể tích  $V(T)$  giảm trong khoảng nhiệt độ nào?

- A.  $(0; 3,97)$ .      B.  $(0; 5)$       C.  $(0; 10)$ .      D.  $(0; 30)$ .

**Câu 2:** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi hàm số  $y = G(x)$ . Trong đó  $x$  là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân ( $x$  được tính bằng miligam). Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân nằm trong khoảng nào để độ giảm huyết áp của bệnh nhân tăng biết hàm số  $y = G(x)$  có bảng biến thiên như sau

| $x$     | 0 | 20  | $+\infty$ |
|---------|---|-----|-----------|
| $G'(x)$ | + | 0   | -         |
| $G(x)$  |   | 100 |           |

- A.  $(0; 30)$ .      B.  $(20; 30)$ .      C.  $(0; 25)$ .      D.  $(0; 20)$ .

**Câu 3:** Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế nhận thấy tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm  $t$  là  $f(t) = -3t^2 + 90t$ ,  $t = 0, 1, 2, \dots, 25$ . Xác định khoảng thời gian mà tốc độ truyền bệnh giảm?

- A.  $(15; 25)$ .      B.  $(0; 10)$       C.  $(10; 15)$ .      D.  $(0; 15)$ .

**Câu 4:** Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số  $N(t) = -t^3 + 12t^2$ ,  $0 \leq t \leq 12$ , trong đó  $N$  là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và  $t$  là thời gian (tuần). Hỏi số người bị nhiễm bệnh tăng trong khoảng thời gian nào?

- A.  $(0; 10)$       B.  $(0; 8)$ .      C.  $(8; 10)$ .      D.  $(8; 12)$ .

**Câu 5:** Một chất điểm chuyển động theo quy luật  $S = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 9t$  với  $t \geq 0$  (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và  $S$  (mét) là quãng đường vật chuyển động trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, khoảng thời gian nào vận tốc của vật tăng?

- A.  $(0; 5)$ . B.  $(0; 4)$ . C.  $(4; 10)$ . D.  $(3; 10)$ .

**Câu 6:** Công suất  $P$  (đơn vị W) của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin 12V được cho bởi công thức  $P = 12I - 0,5I^2$  với  $I$  (đơn vị A) là cường độ dòng điện. Hỏi công suất  $P$  tăng trong khoảng cường độ dòng điện nào?

- A.  $(0; 20)$ . B.  $(4; 20)$ . C.  $(12; +\infty)$ . D.  $(0; 12)$ .

**Câu 7:** Để giảm nhiệt độ trong phòng từ  $28^\circ C$ , một hệ thống làm mát được phép hoạt động trong 10 phút. Gọi  $T$  (đơn vị  $^\circ C$ ) là nhiệt độ phòng ở phút thứ  $t$  được cho bởi công thức  $T = -0,008t^3 - 0,16t + 28$  với  $t \in [1; 10]$ . Trong thời gian 10 phút kể từ khi hệ thống làm mát bắt đầu hoạt động, nhiệt độ trong phòng tăng hay giảm?

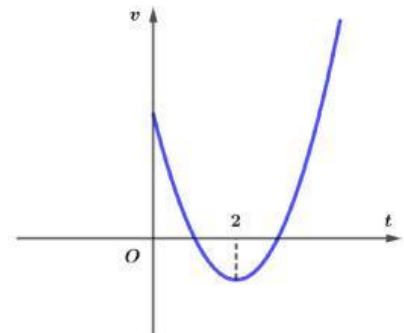
- A. Tăng. B. Giảm. C. Tăng rồi giảm. D. Giảm rồi tăng

**Câu 8:** Một hợp tác xã nuôi cá thí nghiệm trong hồ. Người ta thấy rằng nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có  $n$  con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng  $P(n) = 480 - 20n$  (gam). Hỏi phải thả cá trong khoảng nào trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để số gam tăng?

- A.  $(0; 20)$ . B.  $(0; 30)$ . C.  $(12; +\infty)$ . D.  $(0; 12)$ .

**Câu 9:** Cho một chất điểm có đồ thị biểu diễn vận tốc theo thời gian như hình minh họa. Hỏi vận tốc của chất điểm giảm trong khoảng thời gian nào sau đây?

- A.  $t \in (0; 2)$ . B.  $t \in (0; +\infty)$   
C.  $t \in (2; +\infty)$ . D.  $t \in \mathbb{R}$ .



**Câu 10:** Một doanh nghiệp sản xuất với số lượng là  $x$  sản phẩm và thu được lợi nhuận  $f(x)$  được biểu thị bởi bảng xét dấu như sau. Hỏi doanh nghiệp sản xuất bao nhiêu sản phẩm trở đi thì lợi nhuận bắt đầu giảm?

|         |   |    |           |
|---------|---|----|-----------|
| $x$     | 0 | 20 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |   | +  | 0 -       |

- A. 21. B. 0 C. 750. D. 15850.

**Câu 11:** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12(cm). Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau cạnh  $x$  (cm), rồi gấp tấm nhôm lại thành một hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích là  $f(x)$  có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như hình sau. Thể tích của hình hộp chữ nhật giảm xuống khi nào ?

|         |   |     |     |
|---------|---|-----|-----|
| $x$     | 0 | 2   | 6   |
| $f'(x)$ |   | +   | 0 - |
| $f(x)$  | 0 | 128 | 0   |

- A. 128. B. 2 C. 6. D. 0.



**Câu 12:** Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục. Hỏi vận tốc của chất điểm tăng khi  $t$  thuộc khoảng nào dưới đây, biết rằng vận tốc của chất điểm được xác định theo bảng biến thiên sau :

|         |   |    |           |
|---------|---|----|-----------|
| $t$     | 0 | 2  | $+\infty$ |
| $v'(t)$ | — | 0  | +         |
| $v(t)$  | 9 | —3 | $+\infty$ |

- A.  $(2; +\infty)$ .      B.  $(0; 2)$       C.  $(0; +\infty)$ .      D.  $(-3; +\infty)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, học sinh chọn Đúng hoặc Sai.

**Câu 1:** Tại một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nhân viên phụ trách sản xuất cho biết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất  $x$  ( $m^3$ ) nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 5 triệu đồng chi phí cố định; 0,15 triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm;  $0,0005x^2$  chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết công suất tối đa mỗi ngày của cơ sở này là  $200m^3$ . Gọi  $C(x)$  là chi phí sản xuất  $x$  ( $m^3$ ) sản phẩm mỗi ngày và  $\bar{c}(x)$  là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Khi đó

- a)  $C(x) = 0,0005x^2 + 0,15x + 5$ .  
b) Chi phí sản xuất  $100m^3$  nước tinh khiết là 20 triệu đồng.  
c)  $\bar{c}(x) = 0,0005x + 0,15 + \frac{5}{x}$ .  
d) Chi phí trung bình giảm xuống khi sản lượng nước tinh khiết trong ngày không vượt quá  $100m^3$ .

**Câu 2:** Khi nuôi tôm thẻ trong ao, một kỹ sư thủy sản đã thống kê được nếu mỗi mét vuông mặt ao thả  $x$  con tôm giống thì cuối mỗi vụ con tôm có cân nặng trung bình là  $108 - x^2$  (gam).

- a) Sau mỗi vụ khối lượng tôm trung bình trong mỗi mét vuông mặt ao là  $(108 - x^2)x$ .  
b) Khi thả 10 con tôm giống /  $m^2$  thì lượng tôm thu được là  $0,8 \text{ kg} / m^2$ .  
c) Để sản lượng tôm lớn nhất thì nên thả 6 con tôm /  $m^2$ .  
d) Để lượng tôm thu được tăng lên thì mật độ tôm giống thả vào ao là từ 6 đến 10 con /  $m^2$ .

**Câu 3:** Một vật chuyển động theo hàm số  $s(t) = t^3 - 3t^2 + 9t$  (m), với  $t \geq 0$  và  $t$  là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và  $s(t)$  là vị trí của vật tại thời điểm  $t(s)$ .

- a) Quãng đường mà vật chuyển động được tại thời điểm  $t = 3(s)$  là  $27(m)$ .  
b) Vận tốc của vật tại thời điểm  $t = 1(s)$  là  $6(m/s)$ .  
c) Tại thời điểm vật đạt vận tốc  $v(t) = 18(m/s)$  thì quãng đường đi được từ khi bắt đầu chuyển động là  $6(m)$ .  
d) Vận tốc của vật tăng trong thời gian từ  $t = 0(s)$  đến  $t = 1(s)$ .

**Câu 4:** Nhân ngày quốc tế Phụ nữ 8 – 3 năm 2024. Ông M đã mua tặng vợ một món quà và đặt nó trong một chiếc hộp chữ nhật có thể tích là 32 (đvtt) có đáy là hình vuông và không nắp. Để món quà

----- Chúc các em làm bài vui vẻ nhé -----

trở nên đặc biệt và xứng tầm với giá trị của nó, ông quyết định mạ vàng chiếc hộp, biết rằng độ dày của lớp mạ trên mọi điểm của chiếc hộp là không đổi và như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là  $h$  và  $x$ .

a) Công thức tính thể tích chiếc hộp là  $V = x^2 h$ .

b) Diện tích các mặt ngoài của chiếc hộp là  $S = 2x^2 + 4xh$ .

c) Diện tích tất cả các mặt được mạ vàng là  $S_{MV} = 2x^2 + 4xh$ .

d) Khi cạnh đáy của chiếc hộp  $x$  lớn hơn 4 thì  $x$  càng lớn, lượng vàng được mạ càng tăng.

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Một nhóm các nhà nghiên cứu vi sinh vật học đã tiến hành khảo nghiệm tại một làng quê địa phương với đối tượng là vi khuẩn Ecoli gây dịch tả ở người. Các nhà nghiên cứu đã tính toán được mô hình lây lan của chúng được biểu diễn theo hàm số  $P(t) = -2t^3 + 24t^2 + 5$ ,  $0 \leq t \leq 14$ , trong đó  $P$  là số người bị nhiễm bệnh (đơn vị: chục người) và  $t$  là thời gian (tuần). Biết đạo hàm  $P'(t)$  biểu thị tốc độ lây lan của vi khuẩn (còn được gọi là tốc độ truyền bệnh). Kể từ tuần thứ bao nhiêu thì tốc độ lây lan của vi khuẩn bắt đầu giảm.

**Câu 2:** Biết khối lượng  $q(kg)$  của quả vải thiều Lục Ngạn mà cửa tiệm hoa quả bán được trong một ngày phụ thuộc vào giá bán  $p$  (nghìn đồng/kg) theo công thức  $p = 56 - \frac{1}{3}q$ . Doanh thu từ việc bán mặt hàng này ở cửa tiệm được tính theo công thức  $D = p.q$ . Chủ cửa hàng thấy rằng, ở giai đoạn đầu nếu giảm giá thì doanh thu sẽ tăng, nhưng đến mức giá lớn hơn  $p_0$  thì doanh thu bắt đầu giảm. Tìm giá trị  $p_0$ .

**Câu 3:** Một hợp tác xã nuôi cá thí nghiệm trong hồ. Cứ sau mỗi vụ, người ta thấy rằng nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có  $n$  con cá thì trung bình mỗi con cá cân nặng  $P(n) = 540 - 18n$  (gam). Vậy thả cá từ bao nhiêu con trở đi trên một đơn vị diện tích của mặt hồ thì sản lượng cá giảm?

**Câu 4:** Một công ty bất động sản có 150 căn hộ cho thuê, biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng mỗi tháng thì mỗi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 5 căn hộ bị bỏ trống. Thu nhập của công ty bắt đầu giảm từ lần tăng giá thứ mấy?

**Câu 5:** Để loại bỏ  $x\%$  chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải từ một nhà máy. Người ta ước tính chi phí cần bỏ ra là  $C(x) = \frac{x^2 - mx + 9}{9x - 9m}$  (tỉ đồng). Tính tổng các giá trị nguyên của tham số  $m$  để chi phí cần bỏ ra giảm liên tục mà vẫn loại bỏ được chất gây ô nhiễm lớn 50% và nhỏ hơn 53%.

**Câu 6:** Giả sử doanh số bán hàng (đơn vị triệu đồng) của một sản phẩm mới trong vòng một số năm nhất định tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số  $f(t) = 500(t^2 + me^{-t})$ , với  $t \geq 0$  là thời gian tính bằng năm kể từ khi phát hành sản phẩm mới,  $m \leq 0$  là tham số. Khi đó đạo hàm  $f'(t)$  sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Biết rằng tốc độ bán hàng luôn tăng trong khoảng thời gian 10 năm đầu phát hành sản phẩm, khi đó giá trị nhỏ nhất của  $m$  bằng bao nhiêu?

----- HẾT -----

----- Chúc các em làm bài vui vẻ nhé -----