



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

CÔNG THỨC TÍNH GÓC TRONG KHÔNG GIAN ĐỀ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1 và đường thẳng d_2 lần lượt có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{d_1} = (1; -2; -3)$ và $\vec{u}_{d_2} = (-4; 1; 5)$. Góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 là
A. 30° . **B.** 45° . **C.** 90° . **D.** 60° .

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có VTCP $\vec{u} = (2; 2; 1)$. Gọi α là góc giữa d và trục Ox . Tính $\cos \alpha$.
A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 3 = 0$ và $(Q): x - z - 2 = 0$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng
A. 30° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 90° .

Câu 4: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 5 = 0$. Hãy tính cosin góc tạo bởi đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) .
A. $\frac{1}{\sqrt{6}}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{30}}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{2}$. Biết rằng trong mặt phẳng (P) có hai đường thẳng d_1, d_2 cùng đi qua điểm $A(1; -1; 1)$ và cùng cách đường thẳng d một khoảng bằng 1. Tính $\sin \varphi$ với φ là góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 .
A. $\frac{1}{2}$. **B.** 1 **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{3}{7}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 4x - 4y + 3z - 2 = 0$. Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) , có một vectơ chỉ

----- Chúc các em làm bài vui vẻ nhé -----

phương $\vec{u} = (m; n; 1)$. Khi Δ tạo với (Q) một góc lớn nhất thì sin của góc tạo bởi đường thẳng Δ và mặt phẳng (Q) bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{2\sqrt{41}}{41}$. B. 1. C. $\frac{\sqrt{41}}{41}$. D. $\frac{\sqrt{205}}{41}$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính góc giữa mặt phẳng $(P): 2x - 3y - 4 = 0$ và mặt phẳng (Oxy) .

- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 0° .

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc giữa đường thẳng d chứa trục Ox và mặt phẳng $(P): 3y - z + 5 = 0$ bằng

- A. 90° . B. 60° . C. 0° . D. 30° .

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính góc giữa hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = 5 \end{cases}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = -2t' \\ y = -3 + t' \\ z = 1 - 2t' \end{cases}.$$

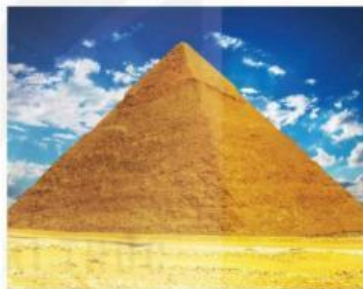
- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính góc giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z}{4}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -3 \\ z = 2 - 2t \end{cases}.$$

- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .

Câu 11: Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình vuông với cạnh dài 230 m, các cạnh bên bằng nhau và dài 219 m (theo britannica.com) (hình vẽ). Gọi G là trọng tâm tam giác SCD . Tính góc giữa hai đường thẳng BG và SA (làm tròn tới hàng đơn vị độ).



- A. 66° . B. 69° . C. 70° . D. 71° .

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B có $AB = BC = 4$. Gọi H là trung điểm của AB , $SH \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) tạo với mặt đáy một góc 60° . Cosin góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC) bằng

----- Chúc các em làm bài vui vẻ nhé -----

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{7}}$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABC$ có ba điểm $S(0;0;3)$, $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $C(0;2;0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$.

a) Côsin góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (ABC) bằng 0.

b) Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (ABC) bằng 90° .

c) Côsin góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{3}{7}$.

d) Côsin góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (P) bằng $\frac{10\sqrt{3}}{21}$.

Câu 2: Trong không gian, cho mặt phẳng $(P): x - y + 3z - 1 = 0$ và đường thẳng $(d): \begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$.

a) đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u}(1; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 3z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n}(1; -1; 3)$.

b) $\cos(d, (P)) = \sqrt{\frac{6}{11}}$.

c) Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) , khi đó giá trị sin của góc giữa d và (Q) bằng $\frac{\sqrt{66}}{11}$.

d) Có đúng một mặt phẳng đi qua gốc toạ độ, vuông góc với (P) và tạo với d một góc 30° .

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 3 = 0$, điểm $M(3; 1; 1)$

và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + 3t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng thay đổi sao luôn đi qua điểm $M(3; 1; 1)$

, và nằm trong mp (α) .

a) Đường thẳng d và mp (α) cắt nhau.

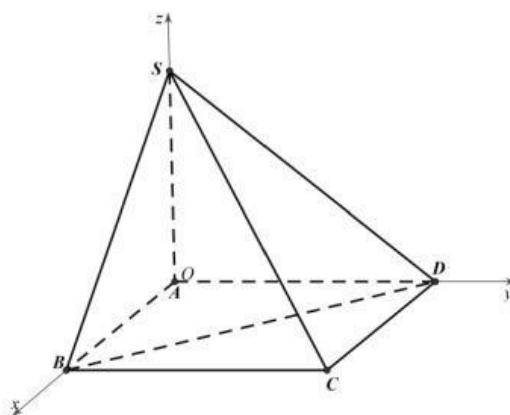
b) Tồn tại vô số đường thẳng d' đi qua M và $d' \parallel d$.

c) Nếu Δ tạo với d một góc nhỏ nhất thì Sin của góc giữa chúng bằng $\frac{5\sqrt{39}}{39}$.

d) Nếu Δ tạo với d một góc nhỏ nhất thì nó đi qua điểm $(8; -3; 2)$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 1$, $BC = \sqrt{3}$, $SA = 1$ và SA vuông góc với mặt đáy. Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ sau:

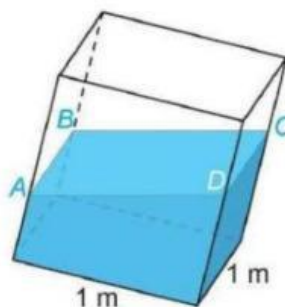
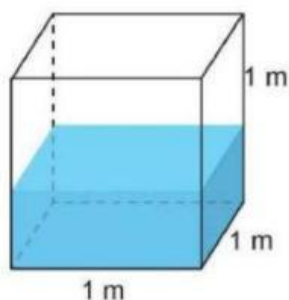
----- Chúc các em làm bài vui vẻ nhé -----



- a) Tọa độ các điểm B, C là $B(1; 0; 0), C(1; \sqrt{3}; 0)$.
- b) Một vector chỉ phương của đường thẳng SB là $\vec{u} = (1; -1; 1)$.
- c) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (SBD) là $\vec{n} = (\sqrt{3}; 1; \sqrt{3})$.
- d) Gọi α là góc giữa hai đường thẳng BD và (SBC) . Khi đó $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1:** Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị mỗi trục tính theo km) vào mỗi sân bay, mặt phẳng Oxy trùng với mặt sân bay. Một máy bay ở vị trí $A\left(7; -4; \frac{4}{5}\right)$ sẽ hạ cánh ở vị trí $B(7; 1; 0)$ trên đường băng. Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng AB) và sân bay (một phần của mặt phẳng Oxy) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?
- Câu 2:** Trong một bể hình lập phương cạnh 1 m có chứa một ít nước. Người ta đặt đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang. Biết rằng, lúc đó mặt nước có dạng hình bình hành $ABCD$ và khoảng cách từ các điểm A, C đến đáy bể tương ứng là 25 cm, 75 cm.

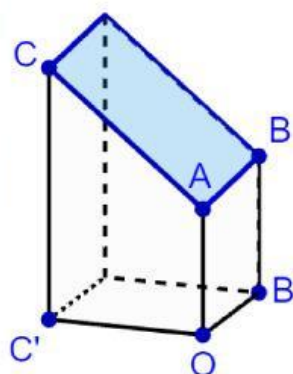


Tìm khoảng cách từ điểm B đến mặt đáy bể khi góc giữa mặt nước và mặt đáy bể đạt giá trị nhỏ nhất.

- Câu 3:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $P: x - y + z - 2 = 0$, $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$ và điểm $A(2; 1; 1) \in P$. Đường thẳng Δ qua A , nằm trong P và tạo với d một góc nhỏ nhất. Biết $\Delta \cap Oxy = B(m; n; p)$. Giá trị $T = 7m + 7n + p$ bằng
- Câu 4:** Một căn gác có chiếc cửa sổ trời như hình vẽ. Tính góc (theo đơn vị độ, làm tròn đến hàng phần mười) giữa mặt nghiêng của chiếc cửa sổ với mặt sàn. Biết rằng khi mặt trời chiếu vuông góc với

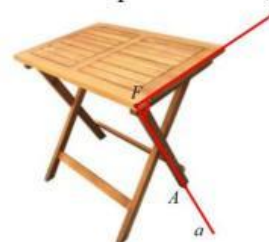
Chúc các em làm bài vui vẻ nhé

mặt sàn thì hình chiếu của chiếc cửa sổ là một hình vuông có cạnh 1,5 m và chiều cao so với mặt sàn của các điểm A, B, C lần lượt là 1,2 m, 1,3 m và 2,4 m (xem hình vẽ minh họa).



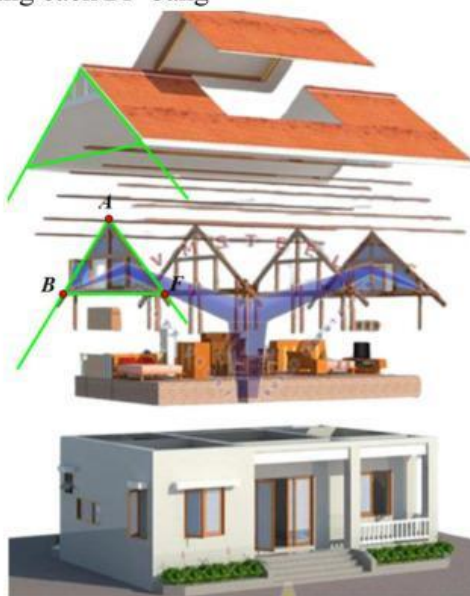
Câu 5: Một chiếc bàn gấp gọn đã được thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$. Điểm A là chân bàn tiếp xúc với mặt

đất thuộc đường thẳng $a: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2 + 4t \end{cases}$ cắt mặt bàn



$(P): x + y - 2z + 6 = 0$ tại điểm F . Độ dài chân bàn $FA = 40\sqrt{3} \text{ cm}$, khi đó độ cao của mặt bàn tính từ mặt đất là bao nhiêu cm ?

Câu 6: Một kỹ sư Strong thiết lập một hệ tọa độ $Oxyz$ để theo dõi vị trí lắp đặt của 2 mái nhà đã được gắn với nhau tạo thành hình chữ V vào các thanh đà sao cho chuẩn xác nhất. Biết phương trình mặt phẳng chứa 2 mái là $(P): x + 2y - 2z + 6 = 0$ và $(Q): x + 2y + z - 5 = 0$, điểm A là nóc ngói, 2 điểm B, F là rìa đuôi ngói của mỗi mái tiếp xúc giữa mái và thanh đà như hình vẽ (các thanh đà dài như nhau) khi cố định phần dưới của ngôi nhà. Khoảng cách $BF = 20 \text{ m}$, khi đó tỉ số độ dài của thanh đà AF và khoảng cách BF bằng



----- HẾT -----

----- Chúc các em làm bài vui vẻ nhé -----