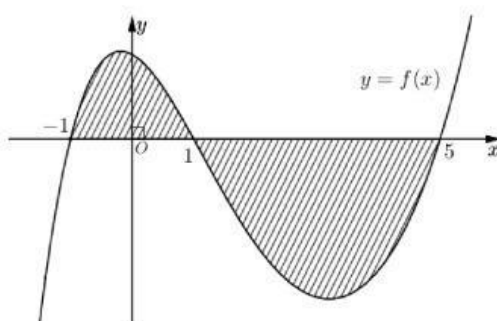


## ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

## ĐỀ 02

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$  và  $x = 5$  như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

**A.**  $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$

**B.**  $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx.$

**C.**  $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$

**D.**  $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx.$

**Câu 2:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = e^x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$  và  $x = 3$ .

**A.**  $e^3.$

**B.**  $e^3 - 1.$

**C.**  $e^2 - 1.$

**D.**  $e(e^2 - 1).$

**Câu 3:** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 3x^2 + 1$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$  bằng

**A.** 8.

**B.** 12.

**C.** 10.

**D.** 9.

**Câu 4:** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn với đường cong  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = 1$ . Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu?

**A.**  $V = 2.$

**B.**  $V = \frac{4\pi}{3}.$

**C.**  $V = 2\pi.$

**D.**  $V = \frac{4}{3}.$

**Câu 5:** Gọi  $S$  là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.**  $S = \pi \int_0^2 2^x dx$

**B.**  $S = \int_0^2 2^x dx$

**C.**  $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$

**D.**  $S = \int_0^2 2^{2x} dx$

----- Chúc các em làm bài vui vẻ nhé -----

**Câu 6:** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2x^2$ ,  $y = -1$ ,  $x = 0$  và  $x = 1$  được tính bởi công thức nào sau đây?

A.  $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$ . B.  $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$ . C.  $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$ . D.  $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$ .

**Câu 7:** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^x$ ,  $y = 2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .

A.  $S = 4 \ln 2 + e - 5$ . B.  $S = 4 \ln 2 + e - 6$ . C.  $S = e^2 - 7$ . D.  $S = e - 3$ .

**Câu 8:** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 2x$ ,  $y = x + 6$  là

A.  $S = \frac{59}{6} (dvdt)$ . B.  $S = \frac{256}{6} (dvdt)$ . C.  $S = \frac{125}{6} (dvdt)$ . D.  $S = \frac{65}{6} (dvdt)$ .

**Câu 9:** Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục  $Ox$  hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{2x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1, x = 2$  bằng

A.  $V = 3\pi$ . B.  $V = 2\pi$ . C.  $V = \frac{\pi}{2}$ . D.  $V = 3$ .

**Câu 10:** Cho hình  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = -x^2 + 2x$ , trục hoành. Quay hình phẳng  $(H)$  quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là:

A.  $\frac{496\pi}{15}$ . B.  $\frac{32\pi}{15}$ . C.  $\frac{4\pi}{3}$ . D.  $\frac{16\pi}{15}$ .

**Câu 11:** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1, x = 3$ . Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành bằng

A.  $\frac{16\pi}{15}$ . B.  $\frac{16}{15}$ . C.  $\frac{4\pi}{3}$ . D.  $\frac{4}{3}$ .

**Câu 12:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = 2x - x^2$ ,  $y = 0$ . Quay  $(H)$  quanh trục hoành tạo thành khối tròn xoay có thể tích là

A.  $\int_0^2 (2x - x^2) dx$  B.  $\pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$  C.  $\int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$  D.  $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$

**PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Gọi  $H$  là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 2e^x$  và hai đường thẳng  $x = 0, x = 4$ .

a) Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng

$x = 0, x = 4$  là  $S = \pi \int_0^4 x dx$ .

b) Gọi  $V$  là thể tích của khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 2e^x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 4$  khi quay quanh trục  $Ox$ . Khi đó,  $V = 2\pi(e^8 - 1)$

c) Diện tích của hình  $H$  là  $S_H = 2e^4 - \frac{16}{3}$ .

d) Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi hình  $H$  khi quay quanh trục  $Ox$  là  $2\pi(e^8 - 5)$

**Câu 2:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = \sqrt{x}$ , trục hoành  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = 0, x = 4$ .

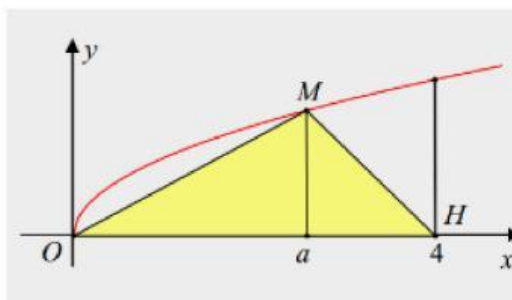
----- Chúc các em làm bài vui vẻ nhé -----

a) Công thức tính diện tích hình phẳng  $(H)$  là  $\int_0^4 \sqrt{x} dx$ .

b) Diện tích hình phẳng  $(H)$  là  $\frac{19}{6}$ .

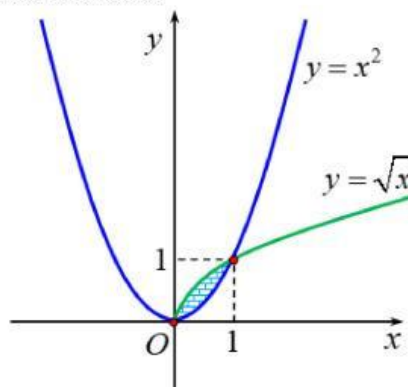
c) Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$ ,  $x = 0, x = 4$  và trục hoành  $Ox$  là  $8\pi$ .

d) Gọi  $V$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}$ ,  $x = 0, x = 4$  và trục  $Ox$ . Đường thẳng  $x = a (0 < a < 4)$  cắt đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$  tại  $M$ .



Gọi  $V_1$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác  $MOH$  quanh trục  $Ox$ . Biết rằng  $V = 2V_1$ . Khi đó  $a = 3$ .

**Câu 3:** Cho hình phẳng được tô trong hình bên dưới.



a) Hình phẳng được tô màu trong hình trên được giới hạn các đồ thị  $y = x^2; y = \sqrt{x}$

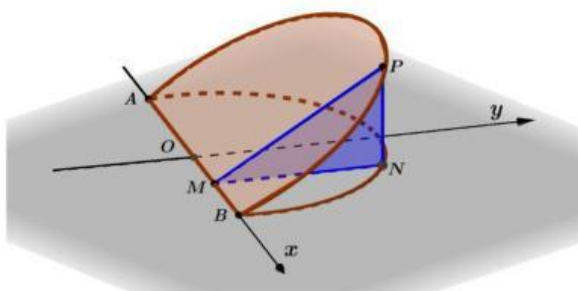
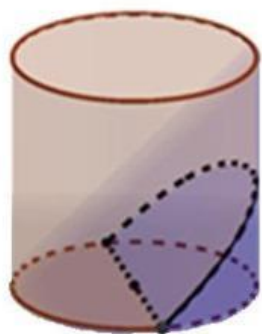
b) Diện tích hình phẳng tô màu trong hình vẽ là  $\frac{1}{3}$ .

c) Thể tích của vật tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng trên quanh trục  $Ox$  là  $\pi \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$ .

d) Thể tích  $V$  của vật tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $(P): y = x^2; (C): y = \sqrt{x}$  quanh trục  $Oy$  bằng  $\frac{3\pi}{10}$ .

**Câu 4:** Cho một vật thể bằng gỗ có dạng hình trụ với chiều cao và bán kính đáy cùng bằng 1. Cắt khối gỗ đó bởi một mặt phẳng đi qua đường kính của một mặt đáy của khối gỗ và tạo với mặt phẳng đáy của khối gỗ một góc  $30^\circ$  ta thu được khối gỗ hình nêm  $(H)$  và đặt khối  $(H)$  vào hệ trục tọa độ như hình vẽ.

----- Chúc các em làm bài vui vẻ nhé -----



a) Nửa đường tròn đáy khối gỗ hình trụ có phương trình là  $y = \sqrt{1+x^2}$ ,  $(-1 \leq x \leq 1)$ .

b) Một mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm  $M$  có hoành độ  $x$ , cắt hình nêm theo thiết diện là  $\triangle MNP$  vuông tại  $N$  và có góc  $PMN = 30^\circ$ . Lúc đó đoạn  $MN$  bằng  $\sqrt{1-x^2}$ .

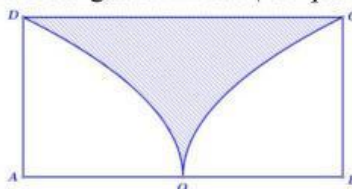
c) Diện tích tam giác  $MNP$  bằng  $1-x^2$ .

d) Thể tích hình nêm ( $H$ ) bằng  $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ .

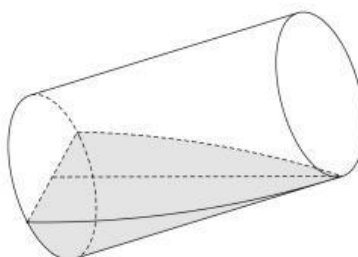
### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Tìm  $a$  để diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi  $(P): y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$ , đường thẳng  $d: y = x - 1$  và  $x = a$ ,  $x = 2a$  ( $a > 1$ ) bằng  $\ln 3$ ?

**Câu 2:** Từ hình chữ nhật  $ABCD$  có chiều dài  $AB = 10$  cm và chiều rộng  $BC = 5$  cm; Người ta cắt bỏ miền  $(R)$  được giới hạn bởi cạnh  $CD$  của hình chữ nhật và hai nửa đường parabol có chung đỉnh là trung điểm của cạnh  $AB$ , chúng lần lượt đi qua hai đầu mút  $C, D$  của hình chữ nhật đó (phần tô đậm như hình vẽ). Phần còn lại cho quay quanh trục  $AB$  để tạo nên một đồ vật làm trang trí, thể tích của vật trang trí đó bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

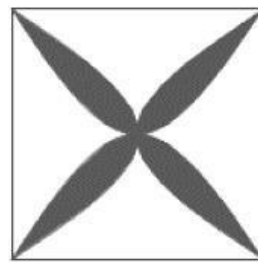


**Câu 3:** Có một cốc nước thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là  $6$  cm, chiều cao lòng cốc là  $10$  cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích (đơn vị:  $cm^3$ ) lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì đáy mực nước trùng với đường kính đáy cốc.

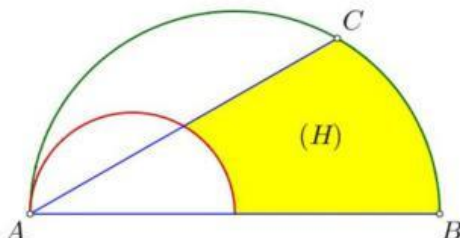


----- Chúc các em làm bài vui vẻ nhé -----

- Câu 4:** Một viên gạch hoa hình vuông cạnh  $60\text{ (cm)}$ . Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên).  
Diện tích phần cánh hoa của viên gạch là



- Câu 5:** Cho hai nửa đường tròn như hình vẽ, biết đường kính của đường tròn lớn gấp đôi đường kính của đường tròn nhỏ

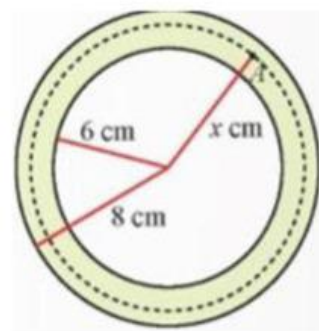


Nửa đường tròn đường kính  $AB$  có diện tích là  $32\pi$  và  $BAC = 30^\circ$ . Ký hiệu  $(H)$  là hình phẳng được tô màu như trong hình vẽ. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình  $(H)$  quay quanh trục  $AB$ . (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

- Câu 6:** Mặt cắt ngang của một ống dẫn khí nóng là hình vành khuyên như hình vẽ, khi bên trong ống được duy trì ở  $150^\circ\text{C}$ .

Biết rằng nhiệt độ  $T\text{ (}^\circ\text{C)}$  tại điểm  $A$  trên thành ống là hàm số của

khoảng cách  $x\text{ (cm)}$  từ  $A$  đến tâm của mặt cắt và  $T'(x) = \frac{30}{x}$   
( $6 \leq x \leq 8$ ).



(Nguồn: Y.A.Cengel, A.I. Ghajar, Heat and Mass Transfer, Mc Graw Hill, 2015).

Tìm nhiệt độ mặt ngoài của ống? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

----- HẾT -----

----- Chúc các em làm bài vui vẻ nhé -----