

Guía 13

Propiedades de las operaciones multiplicación y división de números enteros



Aprendamos algo nuevo

Analizaremos cuáles son las propiedades que cumplen la multiplicación y la división de los números enteros.

Observa los videos y luego haz los ejercicios propuestos:

- <https://www.youtube.com/watch?v=poRp7JyAiHQ> (MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS. PROPIEDADES)
- <https://www.youtube.com/watch?v=nzgATIQ0YPU> (MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS. PROPIEDADES)
- <https://www.youtube.com/watch?v=amGpDKzqAhI> (DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS. PROPIEDADES)
- <https://www.youtube.com/watch?v=Er6f5eL2GnQ&t=301s> (DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS. PROPIEDADES)



Ejercitemos lo aprendido

1. Una babosa sube por una rama 2 centímetros cada 10 minutos. Cada 30 minutos descansa 5 minutos y se desliza hacia atrás 2 centímetros. ¿Cuánto habrá avanzado después de 3 horas de recorrido? ¿Cuántos centímetros de recorrido ha perdido entre sus descansos y retrocesos?

2. Indica la propiedad que se aplica en cada caso. Justifica.

- a. $(-4) \circ 8 = 8 \circ (-4)$
- b. $1 \times (-15) = (-15) \times 1$
- c. $[6 \times (-11)] \times 9 = 6 \times [(-11) \times 9]$
- d. $(-7) \times [(-7) + (-14)] = (-7) \times (-7) + (-7) \times (-14)$

3. Aplica las propiedades para simplificar los cálculos. Luego compruébalos con una calculadora.

- $(-4) \times (-5) \times 6$
- $(-18) \circ (-3) + (-18) \circ 7 + (-18) \circ (-1)$
- $5 \circ [8 + 12 - (-4)]$
- $(-11) + \{(-6) \circ [(5) - ((-7) \times 8)]\}$

4. Resuelve cada expresión aplicando la propiedad distributiva.

- $(-3)[5 + (-10)] (-8)$
- $[-(-17) + (-15)]$
- $9[6 - (-3)]$
- $16[14 - (-18)]$
- $[-8 + (-4)] (-7)$
- $[-(-7) + 16] (-12)$

5. Nelson le explica a Sonia la propiedad distributiva diciendo que consiste en establecer una multiplicación cuyos factores son el resultado de dos sumas. Le muestra este ejemplo $(3+2) \times (-5) = (3+2) \times (3+(-5))$. ¿Tiene razón Nelson? Justifica su respuesta.

6. Si se invierte el orden de los términos, dividendo y divisor, ¿siempre el cociente es un número entero?

- Compruébenlo con algunos ejemplos.
- ¿Qué propiedad se está comprobando?

7. Analicen, discutan y respondan.

- ¿Puede ser (-1) el módulo de la multiplicación de números enteros? ¿Por qué?
- ¿Puede ser el cero el módulo de la multiplicación de enteros? ¿Por qué?
- ¿Existen divisiones donde se cumpla la propiedad modularia?
- ¿Existen divisiones donde se cumpla la propiedad asociativa?

- e. ¿Existen divisiones donde se cumpla la propiedad conmutativa?
8. El producto de dos números es (-360). Si uno de los factores es (-18), ¿cuál es el otro factor?
9. Así como se hizo con los números naturales es posible establecer múltiplos y divisores. Escribe los divisores en común de las siguientes parejas de números enteros.
- a. 45 y (-12) b. (+6) y (-3)
10. Halla los múltiplos comunes de las siguientes parejas de números enteros.
- a. 2 y 6 b. (-4) y (-12)

Guía 14

Multiplicando varias veces el mismo número



Aprendamos algo nuevo

Analizaremos una nueva operación llamada potenciación.

- <https://www.youtube.com/watch?v=-K0ZSm9lPeY> (¿QUÉ ES POTENCIACIÓN?)
- <https://www.youtube.com/watch?v=kN1lgy6fPVU> (PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS)
- <https://www.youtube.com/watch?v=OB-JQc5PlhE> (PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS)
- <https://www.youtube.com/watch?v=XV5PiV2-91U> (JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES)



Ejercitemos lo aprendido

1. Escribe como potencia los siguientes productos:

a. $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 =$

b. $(-6) \times (-6) \times (-6) =$

c. $(-4) \times (-4) =$

d. $1 \times 1 \times 1 \times 1 =$

e. $7 \times 7 \times 7 \times 7 =$

f. $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) =$

2. Completa la tabla.

Construcción de potencias

Base	Exponente				
	1	2	3	4	
1	$1^1=1$	a	a	a	
2	a	$2^2=4$	b	b	
3	b	b	c	c	
4	c	c	$4^3=64$	d	
5	d	d	d	e	

3. Calculen previamente las potencias y encuentren el resultado de las adiciones:

a. $3^4 + (-3)^4 + (-2)^3 =$

b. $(-1)^5 + 6^2 + (-2)^3 =$

c. $(-4)^2 + (-5)^3 + 7^2 =$

d. $10^4 - [10^3 - 10^2] =$

4. Apliquen las propiedades y expresen como una potencia.

a. $2^3 \circ 2^2 =$

b. $5^2 \circ 5^1 =$

c. $3^4 \circ [3^3 \div 3^2] =$

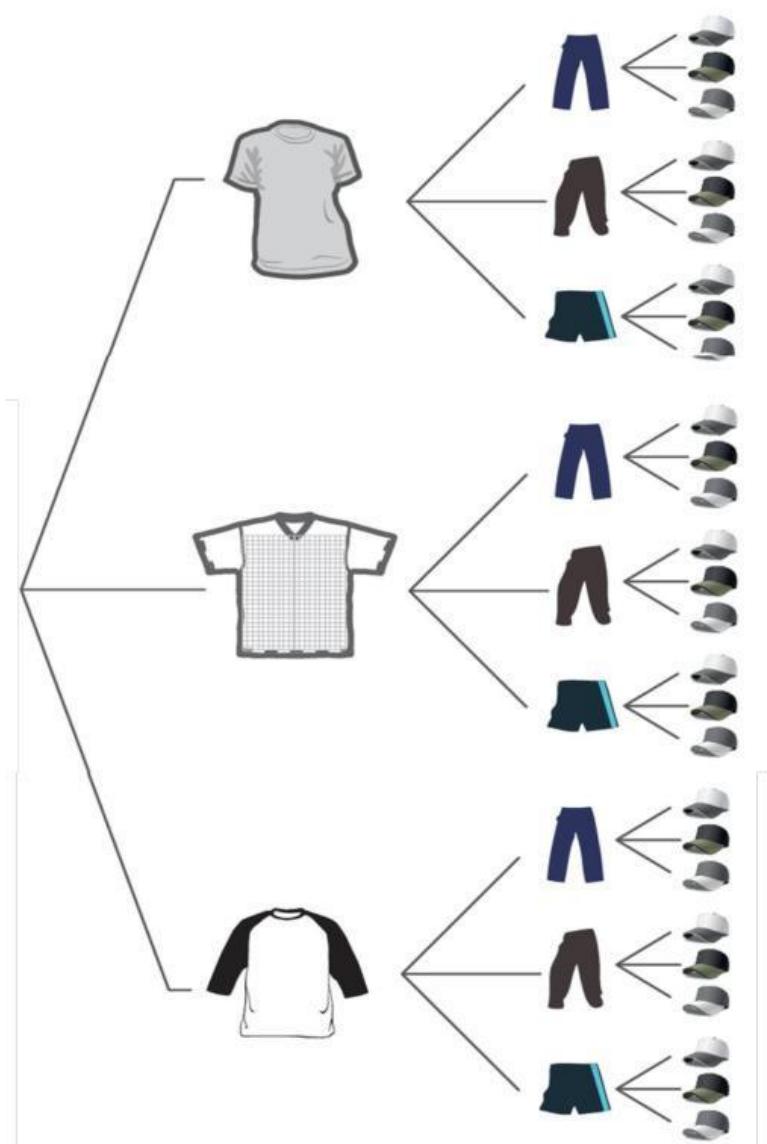
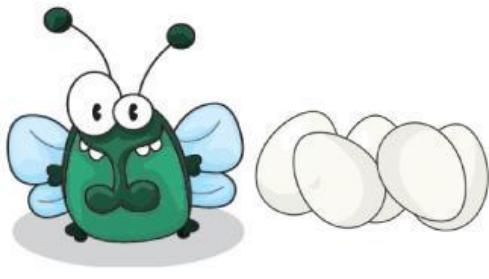
d. $10^2 \circ 10^3 \circ 10^1 =$

e. $[(-2) \circ (-3)]^2 \circ (-2)^3 =$

f. $(+6)^{10} \div (+6)^3 =$

5. Resuelve cada situación.

- a. Un insecto pone 100 huevos y cada uno de estos huevos da origen a un nuevo insecto que pone otros 100 huevos, y así sucesivamente. En el supuesto de que todos los insectos pongan el mismo número de huevos y de que ninguno muera, ¿cuántos insectos habrá al cabo de la segunda generación?
- b. Hay 16 torres, cada torre cuenta con 4 pisos y cada piso está conformado por 4 apartamentos. ¿Cuántos apartamentos hay en el conjunto? Expresa la respuesta en forma de potencia.
- c. El armario de Camilo está formado por tres camisetas, un pantalón de jean, un pantalón de dril, una pantaloneta y tres gorras.



De acuerdo con la figura:

- d. ¿Cuántas opciones tiene Camilo para vestirse? Expresa tu respuesta en potencia.

6. Determina, con base en la información de la tabla, el precio final de cada verdura.

Variación de precios de las verduras

Verdura	Precio por kilo	Variación	Precio final
Tomate	\$ 1.800	Bajó \$ 700	a
Zanahoria	\$ 1.100	Subió \$ 350	b
Pepino	\$ 2.300	Bajó \$ 270	c
Ahuyama	\$ 1.750	Subió \$ 480	d

7. Un trabajador paga diariamente \$2.800 en transporte, y gasta \$ 7.000 en alimentación.

- a. ¿Cuánto dinero gasta mensualmente el trabajador en transporte y alimentación?
- b. Si el trabajador cuenta con \$300.000 mensuales, para cubrir estos gastos, ¿cuánto dinero le queda o le falta? Expresa tu respuesta en números enteros.
8. El equipo de fútbol de una vereda terminó una temporada con diferencia de -81 goles en total. Si jugaron 27 partidos y en cada uno de ellos obtuvieron la misma diferencia de goles, ¿cuál fue la diferencia de goles en cada partido?
9. Durante un cambio inesperado de temperatura en una ciudad, la temperatura descendió 3°C cada minuto. ¿Cuántos minutos transcurrieron para que la temperatura bajara 21°C ?
10. Teresa, Felipe y Rodrigo juegan a lanzar dos dados: uno azul y el otro rojo. Con el dado azul se gana el número de puntos obtenidos en el lanzamiento, mientras que, con el dado rojo, se pierde el número de puntos que se obtenga. Después de varios lanzamientos, Teresa, Felipe y Rodrigo registraron sus resultados en la siguiente tabla. Completa la tabla.



Resultados del lanzamiento de dados

	Jugador		
Puntaje	Teresa	Felipe	Rodrigo
A favor	+ 24	+ 45	+30
En contra	-12	-35	-18
Puntaje final	a	b	c

11. Si Teresa lanzó el dado azul seis veces y cada vez obtuvo el mismo puntaje, ¿cuántos puntos obtuvo en cada lanzamiento?
- ¿Cuántas veces lanzó Felipe el dado rojo, si en todos los lanzamientos obtuvo -5?
 - Plantea una secuencia de ocho lanzamientos en la que Rodrigo pueda obtener los resultados que muestra la tabla.
12. Supón que mi amigo Juan quiere hacer un préstamo en la cooperativa o en el banco del municipio más cercano. Es requisito fundamental tener como mínimo \$ 250.000 en ahorros. Juan abrió la cuenta hace seis meses con \$ 50.000 luego depositó \$ 75.250; más tarde retiró \$ 26.830, el día de pago depositó \$ 82.700. ¿Cuánto dinero le falta para cumplir con el requisito mínimo de ahorro para que le aprueben el préstamo?
13. Cuando se abre el desagüe de un tanque que contiene 1.896 litros de agua, este se desocupa totalmente en 12 horas.
- ¿Cuántos litros de agua salen cada hora por el desagüe?
 - ¿Al cabo de cuántas horas de abierto el desagüe, el contenido del tanque es de 790 litros de agua?
14. Andrés, Pedro y Carlos, se han puesto de acuerdo para celebrar el día de la mujer a sus 220 compañeras de colegio regalándole una rosa a cada una, para ello Andrés ha traído el equivalente en rosas blancas de 4^3 , Pedro 2^7 en rosas rojas, y Carlos 3^4 en rosas amarillas.
- ¿Quién de los tres llevó el mayor número de rosas?
 - Con el total de rosas que llevaron, ¿pueden cumplir su objetivo de regalarle una rosa a cada niña?
 - Si 11^2 niñas desean recibir rosas rojas, ¿es posible cumplirles su deseo?
15. Utilizando las propiedades de la potenciación, escribe en forma de una sola potencia las siguientes expresiones:
- $4^3 \times 4^7 \times 4 =$
 - $5^8 - 5^{-2} =$
 - $(3 \times 5 \times 8)^2 =$
 - $(6^4)^3 =$

16. Don Miguel recibe el siguiente extracto bancario.

Fecha	Concepto	Valor	Saldo
15-03-2011	Saldo	1.250.000	1.250.000
18-03-2011	Cargo compra	-250.000	
19-03-2011	Traslado en efectivo	480.000	
21-03-2011		-75.000	
22-03-2011	Pago de servicios	-80.000	
23-03-2011	Cargo compra	450.000	
25-03-2011	Cargo compra	-8.000	
28-03-2011	Ingreso en efectivo	-75.000	
29-03-2011	Cuota de manejo		
	Pago de servicios		

a. ¿Cuál es el saldo que tiene don Miguel después de la transacción de la fecha 22-03-2011?

17. ¿Cuál de estas columnas completa la tabla? Justifica tu respuesta en tu cuaderno.

a.

Saldo
1.250.000
-250.000
480.000
-75.000
-80.000
-80.000
450.000
-8.000
-75.000

b.

Saldo
1.250.000
1.000.000
1.480.000
1.405.000
1.325.000
1.245.000
1.695.000
1.687.000
1.612.000

c.

Saldo
1.250.000
250.000
-480.000
75.000
80.000
80.000
-450.000
8.000
-75.000

d.

Saldo
1.250.000
-1.000.000
1.480.000
1.405.000
-1.325.000
1.245.000
1.695.000
-1.687.000
-1.612.000

18. Si don Miguel paga \$ 75.000 pesos mensuales por concepto de servicio de agua, ¿cuál sería el registro total en el extracto bancario por el pago de un año de este servicio?

19. En la vida práctica, ¿crees que alguna de las operaciones con números enteros sea utilizada en mayor proporción con respecto a las otras? Realiza un cuadro donde describas las operaciones con enteros que se usan en la vida diaria.