

LKPD

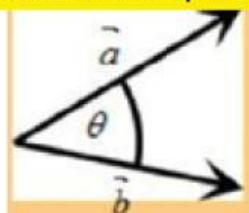
SUDUT ANTARA DUA VEKTOR DAN ORTHOGONAL

Ni Putu Panca Sudarsani, S.Pd.
VEKTOR KELAS XI_MAT TL

SUDUT ANTARA DUA VEKTOR

Besar sudut antara dua vektor

Jika ada dua vektor bertemu di satu titik, maka akan membentuk sebuah sudut seperti sketsa gambar berikut:



Untuk menghitung sudut θ antara vektor \vec{a} dan vektor \vec{b} yaitu dengan cara:

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

LATIHAN SOAL 1

Diketahui vektor $\vec{a} = 4i - 6j$ dan vektor $\vec{b} = 3i + 2j$. Besar sudut yang terbentuk antara kedua vektor di atas adalah ...

Jawab: Ubah dahulu vektor \vec{a} dan \vec{b} ke dalam vektor kolom

$$\vec{a} = 4i - 6j = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = 3i + 2j = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$



❖ Hitung $\vec{a} \cdot \vec{b}$ maka $\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$= (\boxed{4})(\boxed{3}) + (-6)(\boxed{2})$$
$$= \boxed{12} - \boxed{-12}$$
$$= \boxed{24}$$



❖ Hitung $|\vec{a}|$ maka $|\vec{a}| = \sqrt{4^2 + (-6)^2}$

$$= \sqrt{\boxed{16} + \boxed{36}}$$
$$= \sqrt{\boxed{52}}$$
$$= 2\sqrt{\boxed{13}}$$

❖ Hitung $|\vec{b}|$ maka $|\vec{b}| = \sqrt{3^2 + 2^2}$

$$= \sqrt{\boxed{9} + \boxed{4}}$$
$$= \sqrt{\boxed{13}}$$

Jadi Besar sudut θ yaitu:

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\cos \theta = \frac{0}{2\sqrt{\boxed{13}} \cdot \sqrt{\boxed{13}}} = \frac{0}{26} = \boxed{0}$$

$$\cos \theta = \frac{0}{2 \cdot \boxed{13}} = \frac{0}{26} = \boxed{0}$$

$$\theta = 90^\circ$$

LATIHAN SOAL 2

Hitunglah besar sudut yang terbentuk antara vektor $\vec{p} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$ dan vektor $\vec{q} = -\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$!

Jawab:

- ❖ Ubah dahulu vektor \vec{p} dan \vec{q} ke dalam vektor kolom

$$\vec{p} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 3\mathbf{k} = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix}$$
$$\vec{q} = -\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 2\mathbf{k} = \begin{pmatrix} \boxed{-1} \\ \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix}$$

❖ Hitung $\vec{p} \cdot \vec{q} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \boxed{-1} \\ \boxed{3} \\ \boxed{-2} \end{pmatrix}$

$$= (\boxed{}) \cdot (-1) + (\boxed{}) \cdot (\boxed{3}) + (\boxed{}) \cdot (\boxed{-2})$$
$$= \boxed{} + \boxed{} + \boxed{}$$
$$= \boxed{}$$

❖ Hitung $|\vec{p}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-3)^2}$

$$= \sqrt{\boxed{} + \boxed{} + \boxed{}}$$
$$= \sqrt{\boxed{}}$$

❖ Hitung $|\vec{q}| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2 + (-2)^2}$

$$= \sqrt{\boxed{} + \boxed{} + \boxed{}}$$
$$= \sqrt{\boxed{}}$$

- ❖ Jadi Besar sudut adalah

$$\cos \theta = \frac{\vec{p} \cdot \vec{q}}{|\vec{p}| \cdot |\vec{q}|}$$

$$\cos \theta = \frac{7}{\sqrt{\boxed{}} \cdot \sqrt{\boxed{}}}$$

$$\cos \theta = \frac{7}{\boxed{}} = \frac{1}{\boxed{}}$$

$$\theta = \boxed{}^\circ$$

LATIHAN SOAL 3

Diketahui vector \vec{r} dan vector \vec{s} saling bertemu di satu titik dan membentuk sudut 45° . Jika $|\vec{r}| = 10$ dan $|\vec{s}| = 10\sqrt{2}$, maka nilai $\vec{r} \cdot \vec{s}$ adalah....

Gunakan rumus

$$\cos \theta = \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{|\vec{r}| \cdot |\vec{s}|}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{10 \cdot 10\sqrt{2}}$$

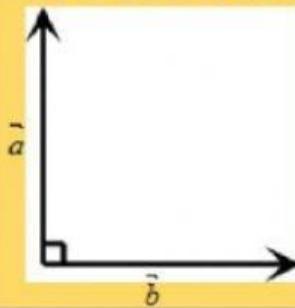
$$\frac{1}{2}\sqrt{\boxed{}} = \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{100\sqrt{\boxed{}}}$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot 100\sqrt{\boxed{}} = \vec{r} \cdot \vec{s}$$

ORTHOGONAL (SALING TEGAK LURUS)

Dua Vektor Saling Tegak Lurus / Orthogonalitas

Jika ada 2 vektor saling tegak lurus seperti sketsa pada gambar berikut:



Maka rumus yang terbentuk adalah:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

LATIHAN SOAL 4

Jika dua vektor $\vec{d} = 5i - 2xj + 9k$ dan $\vec{e} = i + 10j + 6xk$ saling tegak lurus. Hitunglah nilai x pada vektor di atas!

Jawab:

Ubah dulu vektor \vec{d} dan \vec{e} menjadi vektor kolom

$$\vec{d} = 5i - 2xj + 9k = \begin{pmatrix} 5 \\ -2x \\ \square \\ \square \end{pmatrix}$$

$$\vec{e} = i + 10j + 6xk = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ 6x \end{pmatrix}$$

Gunakan rumus

$$\vec{d} \cdot \vec{e} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ -2x \\ 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 10 \\ 6x \end{pmatrix} = 0$$

$$(\square) \cdot (1) + (-2x) \cdot (\square) + (\square) \cdot (6x) = 0$$

$$\square - 20x + 54x = 0$$

$$\square x = -5$$

$$x = -\frac{5}{\square}$$

LATIHAN SOAL 5

Diketahui vektor \vec{f} dan \vec{g} mengalami saling orthogonal dengan $\vec{f} = (2n, -16)$ dan $\vec{g} = (n, 8)$. Hitunglah nilai n !

Jawab:

Ubah dulu vektor \vec{f} dan \vec{g} ke dalam vektor kolom

$$\vec{f} = (2n, -16) = \begin{pmatrix} 2n \\ \square \\ \square \end{pmatrix}$$

$$\vec{g} = (n, 8) = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ 8 \end{pmatrix}$$

Gunakan rumus $\vec{f} \cdot \vec{g} = 0$

$$\begin{pmatrix} 2n \\ -16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n \\ 8 \end{pmatrix} = 0$$

$$(2n) \cdot (\square) + (-16) \cdot (\square) = 0$$

$$2n^2 - \square = 0$$

$$2n^2 = \square$$

$$n^2 = \frac{128}{\square}$$

$$n^2 = \square$$

$$n = \sqrt{\square}$$