



Hoja de Trabajo

Complete correctamente los procedimientos para resolver las siguientes ecuaciones diferenciales de orden superior con coeficientes constantes.

Ejercicio 1:

$$y'' + 2y' + 2y = 0$$

Proponemos la siguiente solución y derivamos dos veces:

$$y = e^{rx}$$

$$y' = re^{rx} \quad \leftarrow \text{Primera derivada}$$

$$y'' = r^2 e^{rx} \quad \leftarrow \text{Segunda derivada}$$

Sustituimos:

$$y'' + 2y' + 2y = 0$$

$$r^2 e^{rx} + 2re^{rx} + 2e^{rx} = 0$$

Aplicamos factor común:

$$e^{rx}(r^2 + 2r + 2) = 0$$

$$r^2 + 2r + 2 = 0$$

Factorizamos utilizando la fórmula general cuadrática:

$$r = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(2)}}{2(1)}$$

$$r = \frac{-2 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

$$r = \frac{-2 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

$$r = \frac{-2 \pm 2i}{2}$$

$$r = -1 \pm i$$

La solución es:

$$y = e^{-x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

Ejercicio 2:

$$4y'' - 12y' + 9y = 0$$

Proponemos la siguiente solución y derivamos dos veces:

$$y = e^{rx}$$

$$y' = re^{rx} \quad \leftarrow \text{Primera derivada}$$

$$y'' = r^2 e^{rx} \quad \leftarrow \text{Segunda derivada}$$

Sustituimos:

$$4y'' - 12y' + 9y = 0$$

$$4r^2 e^{rx} - 12re^{rx} + e^{rx} = 0$$

Aplicamos factor común:

$$e^{rx} (4r^2 - 12r + 9) = 0$$

$$r^2 - 3r + \frac{9}{4} = 0$$

Factorizamos utilizando la fórmula general cuadrática:

$$r = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(4)(9)}}{2(4)}$$

$$r = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{8}$$

$$r = \text{---}$$

$$r = -\frac{3}{2}$$

La solución es:

$$y = C_1 e^{3/2x} + C_2 x e^{3/2x}$$