Lembar Kegiatan Peserta Didik (LKPD)
Konsep dan Operasi Aljabar pada Matriks

Nama :...

Kelas :...

Kelompok :...

Materi : Matriks

Submateri: Konsep dan Operasi Aljabar pada Matriks

PETUNJUK:

1. Bacalah LKPD ini dengan cermat.
2. Diskusikanlah LKPD ini dengan teman sekelompokmu.
3. Tanyakan pada guru apabila mendapat kesulitan atau kurang jelas dalam mengerjakan LKPD.
4. Tuliskan jawabanmu pada LKPD ini.
5. Setelah selesai mengerjakan LKPD, setiap kelompok akan mempresentasikan hasil diskusi kelompoknya di depan kelas.

Ayo kita amati

Perhatikan tabel di bawah ini! Berikut merupakan penjualan beberapa jenis buahdalam satuan kilo di kios “Rejeki” pada satu bulan penjualan:

Tabel 1

	Minggu 1	**Minggu 2**	**Minggu 3**	**Minggu 4**
Mangga	**10**	**16**	**15**	**12**
kelengkeng	**15**	**10**	**20**	**18**
Melon	**20**	**22**	**16**	**20**
Jeruk	**10**	**14**	**10**	**16**

Ayo kita menalar

Jika judul baris adalah minggu 1-4 dan judul kolom adalah jenis buah (Mangga, Kelengkeng, melon dan jeruk). Coba sajikan data tentang pejualan beberapa jenis buah dalam bentuk matriks dimana unsur elemen pada baris ke i kolom ke jmenyatakan penjualan buah ke i pada minggu ke j:

$$A = \begin{array}{cl} \begin{pmatrix} 15 & 16 & 15 & 12 \\ 15 & 10 & 20 & 18 \\ 20 & 22 & 16 & 20 \\ 10 & 14 & 10 & 16 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \\ \rightarrow \text{Baris ke- 2} \\ \rightarrow \text{Elemen} \\ \\ \end{array} \\ \text{Kolom ke-3} & \end{array}$$

Berdasar matriks di atas, misal matriks dari tabel 1 dinamakan matriks A bentuk matriks di atas mempunyai ... baris, ... kolom dan mempunyai ... elemen matriks.

1. Elemen matriks pada baris 2 kolom 2 adalah ... .
2. Elemen matriks pada baris 4 kolom 3 adalah ... .
3. Elemen matriks pada baris 2 kolom 4 adalah ... .
4. Elemen matriks pada baris 4 kolom 2 adalah ... .
5. Elemen matriks pada baris 3 kolom 4 adalah ... .

Amati matriks A, bentuk matriks di atas merupakan susunan dari .... yang disusun berdasar .... ditandai dengan ....

Jika bentuk matriks A di atas dapat kita nyatakan dalam bentuk:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & a_{ij} & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

a_{ij} merupakan elemen matriks A pada baris ke-i kolom ke-j.

Perhatikan matriks A di atas, matriks A mempunyai baris sebanyak m dan kolomsebanyak n, sehingga matriks A dikatakan sebagai matriks berukuran (*berordo*)
… .
Matriks A yang berordo …. dapat ditulis $A_{\ldots}$.
Jadi, suatu matriks A berukuran $m \times n$ adalah susunan .... dalam bentuk..........................dan terdiri atas … elemen yang disusun dalam … baris dan … kolom.

Jenis-jenis matriks

1. Dipunyai matriks $A = (4 \quad 1)$ dan $A = (1 \quad 2 \quad 3)$
   Berdasar matriks A dan matriks B di atas matriks berordo $m \times n$ dengan nilai m= 1, sehingga diperoleh matriks berordo $1 \times n$ terdiri atas 1 baris dan n elemen. Bentuk matriks di atas disebut matriks ...

2. Dipunyai matriks $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$. Misal dipunyai suatu matriks A berordo $m \times n$ dengan nilai n= 1, sehingga diperoleh matriks berordo $m \times 1$ terdiri atas 1 kolom dan n elemen. Bentuk matriks di atas disebut matriks ...
3. Diberikan bentuk-bentuk matriks sebagai berikut ini :
   $A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 7 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$
   Perhatikan contoh-contoh matriks di atas, untuk matriks A berrodo..........................dan matriks B berordo .... berdasar masing-masing matriks di atas apakahbanyak baris=banyak kolom ? matriks tersebut dinamakan matriks ...

4. Misalkan dipunyai $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$, dan $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 8 \end{pmatrix}$ matriks A dan matriks B berordo ....

   pehatikan elemen-elemen yang ada dibawah diagonal utama dan di atas diagonal utama semuanya bernilai .... bentuk matriks- matriks tersebut dinamakan ....
5. Perhatikan matriks-matriks berikut ini:
   $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
   Berdasar matriks-matriks di atas merupakan matriks persegi, pad diagonal utamanya bernilai ... . matriks tersebut disebut dengan matriks ... dan disimbolkan dengan ....

Ayo menyimpulkan

1. Matriks adalah ....
2. Baris dari suatu matriks adalah bagian dari sususan bilangan yang dituliskan ....
   ....
3. Kolom dari suatu matriks adalah bagian dari sususan bilangan yang dituliskan........................
   ....
4. Elemen suatu matriks adalah ....
5. Ordo dari suatu matriks A berukuran $m \times n$ adalah
   ....

Transpose dari suatu matriks

Ayo kita menalar

Perhatikan matriks dari tabel 1. Misal matriks A adalah matriks dari tabel 1

$$A = \begin{pmatrix} 15 & 16 & 15 & 12 \\ 15 & 10 & 20 & 18 \\ 20 & 22 & 16 & 20 \\ 10 & 14 & 10 & 16 \end{pmatrix}$$

Matriks A terdiri dari 4 baris dan 4 kolom. Maka kita dapatkan transpose:

Transpose matriks

$$A\ (A^T) = \begin{pmatrix} 15 & 15 & 20 & 10 \\ 16 & 10 & 22 & 14 \\ 15 & 20 & 16 & 10 \\ 12 & 18 & 20 & 16 \end{pmatrix}$$

Perhatikan perbedaan matriks A dengan A^T. Apakah elemen-elemen yang seletak mempunyai bilangan yang berbeda ? jika iya, coba jawablah pertanyaan dibawah ini:

1. Baris pertama matriks A ditulis menjadi kolom pertama pada A^T
2. Baris kedua matriks A ditulis . . . .
3. Baris ketiga matriks A ditulis . . . .
4. Baris keempat matriks A ditulis . . . .

Ayo menyimpulkan

Transpose matriks berordo $m \times n$ adalah sebuah matriks berordo $n \times m$ yangdiperoleh dari matriks dengan ....

Kesamaan Dua Matriks

Ayo menyimpulkan

Jika dipunyai 2 matriks A dan matriks B, matriks A berordo $A_{m \times n}$ dan $B_{m \times n}$ dikatakan sama jika memenuhi syarat :

a. Masing-masing matriks A dan B memeiliki ....
b. Semua nilai yang seletak pada matriks A dan matriks B mempunyai .... $a_{ij} \ldots b_{ij}$ (untik smeua nilai i dan j).

Operasi Aljabar pada Matriks

Penjumlahan Matriks

Diberikan matriks-matriks

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Tentukan

a. A + B dan B + A.

Penyelesaian:

$$A + B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+2 & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$B + A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & 0+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Apakah A + B = B + A ?

b. Dapatkah anda mencari hasil dari A + C? Mengapa?

Jawab:

Maka syarat dua matrik dapat dijumlahkan adalah …

Pengurangan Matriks

1. Diberikan matriks-matriks

$$C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Tentukan

a. C - D dan D - C.

Penyelesaian:

$$C - D = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-6 & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$D - C = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & 0-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Apakah C - D = D - C ?

b. Jika sebuah matriks E berordo 2x2 dijumlahkan dengan matriks C akan menghasilkan matriks D, tentukan elemen dari matriks E

Penyelesaian:

$$E + C = D$$

$$E + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ... & ... \\ ... & ... \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ... & ... \\ ... & ... \end{bmatrix}$$

2. Diberikan matriks-matriks :

$$P = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \ Q = \begin{bmatrix} 16 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Carilah matriks X berordo 2x2 yang memenuhi persamaan 2X + Q = 3P

Penyelesaian :

Perkalian Matriks

Lengkapi langkah langkah berikut untuk mendapatkan hasil perkalian matriks-matriks berikut:

Penyelesaian :

a. $\begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2 \times 5) + (... \times -1) + (... \times ...) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ... \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (... \times ...) + (... \times ...) \\ (... \times ...) + (... \times ...) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ... \\ ... \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix} =$

Dari pertanyaan pada point c dapatkah anda menyimpulkan syarat dua matriks bisa dikalikan?

Ayo berpikir kritis

1. Tentukan nilai $a^2 - b^2 + c$ jika diketahui A adalah matriks simetris, dengan
$$A = \begin{pmatrix} 2 & a-2b+2c & 2a+b+c \\ 3 & 5 & a+c \\ 0 & -2 & 7 \end{pmatrix}$$

2. Jumlah umur kakak dan dua kali umur adik adalah 27 tahun. Selisih umur kakak dan umur adik adalah 3 tahun. Jika umur kakak x tahun dan umur adik y tahun, persamaan matriks yang sesuai dengan permasalahan tersebut adalah . . . .

3. Diketahui$\begin{pmatrix} 2 & {}^{z}\log b \\ {}^{a}\log\frac{1}{z} & 1 \end{pmatrix}$ merupakan matriks singular. Maka ${}^{a}\log b^3a + {}^{z}\log a.{}^{b}\log z^2$

4. $\begin{pmatrix} {}^{x}\log a & \log(2a-2) \\ \log(b-4) & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \log b & 1 \\ \log a & 1 \end{pmatrix}$
Nilai x yang memenuhi persamaan matriks tersebut adalah ...

5. Jika konstanta k memenuhi persamaan $\begin{pmatrix} k & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ k \end{pmatrix}$, maka nilai x + y = ····

6. Jika x:y = 5:4, maka nilai x dan y yang memenuhi persamaan matriks
$\begin{pmatrix} 2 & 10 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x & y \\ 4 & 5 \\ 30 & 25 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix} = 1360$ adalah ····

7. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$. Nilai dari $A^{2017} + 2017A^{2018} + 2I^{2018}$ = ...

8. Jika $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, maka $A^{2019} + B^{2020} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka nilai a+b+c+d = ...

9. Jika $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, maka A^{2009} = ...

10. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 1 & b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & b+1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & b \\ -a & b^2 \end{pmatrix}$. Jika $A \times B^T - C \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$, maka nilai a dan b adalah ...