

Lembar Kerja Peserta Didik

LKPD

MATEMATIKA

Induksi Matematika

Nama : _____

Kelas : _____



Kompetensi Dasar

1. Menjelaskan metode pembuktian pernyataan matematis berupa barisan
2. Menggunakan metode pembuktian induksi matematika untuk menguji pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian.

Indikator Kompetensi

1. Menyimpulkan runtutan langkah induksi matematika dalam bentuk barisan
2. Membuktikan kembali suatu barisan dalam matematika
3. Memecahkan masalah dalam induksi matematika
4. Menarik kesimpulan suatu pembuktian induksi matematika

Tujuan Pembelajaran

1. Siswa mampu menyimpulkan runtutan langkah induksi matematika dalam bentuk barisan
2. Siswa mampu membuktikan kembali suatu barisan dalam matematika
3. Siswa mampu memecahkan masalah dalam induksi matematika
4. Siswa mampu menarik kesimpulan suatu pembuktian induksi matematika

Petunjuk

1. Siswa mengisi identitas pada kolom yang telah disediakan
2. Siswa memahami kompetensi dasar, indikator dan tujuan pembelajaran sebelum memasuki halaman berikutnya
3. Siswa mengerjakan setiap pertanyaan yang telah tersedia pada lembar kerja sesuai dengan arahan guru
4. Tanyakan kepada guru terkait kendala atau kesulitan ketika mengerjakan lembar kerja
5. Jangan lupa, kerjakan tabel refleksi di akhir lembar kerja guna mengetahui kemampuan akhir setelah mempelajari materi yang diajarkan oleh guru
6. Kumpulkan lembar kerja pada guru untuk dinilai sesuai dengan kemampuan yang diperoleh setelah mengerjakan seluruh isi dalam lembar kerja

Ayo Mengamati!

Amatilah gambar berikut dengan seksama!



Sebagai masyarakat yang gemar bermain permainan tradisional, tentu kita tidak asing dengan permainan kartu domino. Pada umumnya, permainan domino dilakukan secara berkelompok di rumah, warung, atau lingkungan sekitar.

Tahukah kamu, bahwa dalam permainan domino pun terdapat konsep induksi matematika, lho!

Ketika bermain domino, terdapat konsep berurutan. Apabila pemain pertama meletakkan kartu dengan jumlah titik tertentu, maka pemain berikutnya harus meletakkan kartu yang sesuai jumlah titiknya. Jika pemain kedua sudah meletakkan kartu yang cocok, maka pemain ketiga juga harus mengikuti aturan yang sama, dan seterusnya.

Kegiatan berantai ini dapat dianalogikan sebagai penerapan konsep induksi matematika. Aturannya berlangsung berurutan, apabila pemain ke-1 benar, dan pemain ke- k juga benar mengikuti aturan, maka pemain ke- $(k+1)$ pun akan benar. Dengan demikian, aturan permainan dapat berjalan hingga akhir permainan secara konsisten.

Mari Mengingat

Berdasarkan pada aktivitas mengamati sebelumnya, silakan berikut kesimpulan semestaramu terkait konsep induksi matematika.

Mini Materi

Induksi Matematika

Induksi matematika merupakan salah satu teknik membuktikan suatu pernyataan $P(n)$ di dalam matematika yang bersifat deduktif. Induksi matematika yang kita gunakan adalah induksi matematika pada operasi bilangan asli dan bukan untuk menciptakan suatu formula baru.

Secara umum, terdapat 2 prinsip dalam induksi matematika

1. Buktikan bahwasannya $n=1$ adalah benar
2. Asumsikan bahwasannya $n=k$ adalah benar, sehingga akan dibuktikan bahwasannya $n=k+1$ adalah benar.

Contoh soal:

Buktikan bahwasannya $1 + 7 + 13 + 19 + \dots + (6n - 1) = 3n^2 - 2n$ berlaku untuk setiap n bilangan asli.

Penyelesaian:

- Langkah 1

Buktikan bahwasannya $n=1$ adalah benar

$$P(n) = 3n^2 - 2n$$

$$1 = 3n^2 - 2n$$

$$1 = 3(1)^2 - 2(1)$$

$$1 = 3 - 2$$

$$1 = 1$$

Maka $n=1$ adalah benar terbukti

- Langkah 2,

Asumsikan bahwasannya $n=k$ adalah benar, sehingga akan dibuktikan bahwa $n=k+1$ benar

$$[n = k] = (6n - 1) = 3n^2 - 2n$$

$$6k - 1) = 3k^2 - 2k$$

Asumsikan benar, sehingga

$$[n = k] = (6n - 1) = 3n^2 - 2n$$

$$(6(k) - 1) + (6(k + 1) - 1) = 3(k + 1)^2 - 2(k + 1)$$

$$= 3k^2 + 6k + 3 - 2k + 2$$

$$= 3(k^2 + 2k + 1) - 2(k + 1)$$

Latihan Soal

Perhatikan pernyataan $P(n)$ dan silakan kerjakan soal berikut dengan menggunakan pembuktian induksi matematika!

Buktikan bahwa $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Untuk $n=0, 0=0$

Untuk $n=2, 1+2=3$

Untuk $n=1, 1 = \frac{1(1+1)}{2}$

Untuk $n=3, 1+2+3=6$

Buktikan bahwa $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$

Salah $k^2 + k = (k + 1)^2$

Salah $k^2 + 2k = (k + 1)^2$

Benar $2k^2 + 1 = k^2$

Salah $k^2 + 1 = (k + 1)^2$

Buktikan bahwa $3^n - 1$ habis dibagi 2