

LEMBAR KERJA SISWA



MATEMATIKA PEMINATAN

SEMESTER GENAP

Nama: _____

Kelas _____

No. absen _____

A. Materi

Silakan buka buku LKS hal 43 tentang materi perbandingan vektor dan koordinat



D. Perbandingan Vektor dan Koordinat

Jika titik P terletak pada ruas garis AB sehingga titik P membagi ruas garis AB dengan perbandingan $m : n$, diperoleh hubungan:

$$AP : PB = m : n \text{ atau } AP : AB = m : (m + n)$$

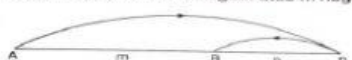


Tanda-tanda dari m dan n ditentukan dengan aturan sebagai berikut.

1. Jika titik P terletak di antara ruas garis AB, $\vec{AP}$ dan $\vec{PB}$ searah. Jadi, m dan n bertanda sama (m dan n keduanya positif atau m dan n keduanya negatif).



2. Jika titik P pada perpanjangan ruas garis AB, $\vec{AP}$ dan $\vec{PB}$ berlawanan arah. Jadi, m dan n berlawanan tanda (m positif dan n negatif atau m negatif dan n positif).



Rumus Perbandingan Vektor dan Koordinat

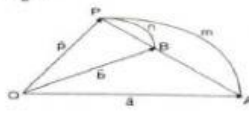
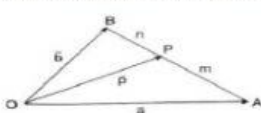
1. Rumus Perbandingan Vektor

Jika titik P terletak pada ruas garis AB sehingga titik P membagi ruas garis AB dengan perbandingan $m : n$, vektor posisi titik P adalah:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m + n}$$

Keterangan: $\vec{b}$ = vektor posisi titik B
 $\vec{a}$ = vektor posisi titik A

Jika P merupakan titik tengah AB, $\vec{p} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$.



2. Rumus Perbandingan Koordinat

a. Rumus Perbandingan Koordinat Titik di R_2

Diketahui titik $A(x_1, y_1)$ dan titik $B(x_2, y_2)$. Jika titik $P(x_p, y_p)$ membagi ruas garis AB dengan perbandingan $m : n$, koordinat titik P ditentukan dengan rumus:

$$x_p = \frac{mx_2 + nx_1}{m + n}$$

dan

$$y_p = \frac{my_2 + ny_1}{m + n}$$

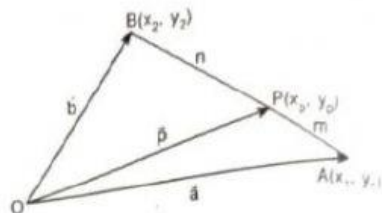


Jika P merupakan titik tengah AB, koordinat titik P ditentukan dengan rumus:

$$x_p = \frac{x_2 + x_1}{2}$$

dan

$$y_p = \frac{y_2 + y_1}{2}$$



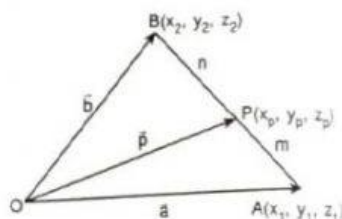
b. Rumus Perbandingan Koordinat Titik di R_3

Diketahui titik $A(x_1, y_1, z_1)$ dan $B(x_2, y_2, z_2)$. Jika titik $P(x_p, y_p, z_p)$ membagi ruas garis AB dengan perbandingan $m : n$, koordinat titik P ditentukan dengan rumus:

$$x_p = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, y_p = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}, \text{ dan } z_p = \frac{mz_2 + nz_1}{m+n}$$

Jika P merupakan titik tengah AB, koordinat titik P ditentukan dengan rumus:

$$x_p = \frac{x_2 + x_1}{2}, y_p = \frac{y_2 + y_1}{2}, \text{ dan } z_p = \frac{z_2 + z_1}{2}$$



Contoh Soal dan Alternatif Penyelesaian

- Carilah vektor letak titik P dan Q yang membagi AB di dalam dan di luar dengan perbandingan 5 : 3!

Alternatif Penyelesaian

Untuk P, $m : n = 5 : 3$

$$\begin{aligned} \vec{p} &= \frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m+n} \\ &= \frac{5\vec{b} + 3\vec{a}}{5+3} = \frac{1}{8}(3\vec{a} + 5\vec{b}) \end{aligned}$$

Untuk Q, $m : n = 5 : -3$

$$\begin{aligned} \vec{q} &= \frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m+n} \\ &= \frac{5\vec{b} - 3\vec{a}}{5-3} \\ &= \frac{1}{2}(5\vec{b} - 3\vec{a}) = \frac{1}{2}(-3\vec{a} + 5\vec{b}) \end{aligned}$$

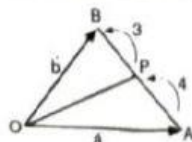
- Vektor posisi titik A dan B berturut-turut adalah $\vec{a}$ dan $\vec{b}$. Titik P dan Q terletak pada ruas garis AB sehingga $AP : PB = 4 : 3$ dan $AQ : QB = 5 : -2$. Tentukan:

a. vektor posisi titik P

b. vektor posisi titik Q

Alternatif Penyelesaian

- Titik P terletak pada ruas garis AB sehingga $AP : PB = 4 : 3$ atau $m = 4$ dan $n = 3$. Ini berarti titik P terletak di antara ruas garis AB.

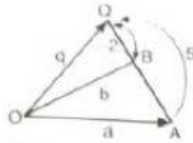


Vektor posisi titik P adalah $\vec{p}$ ditentukan oleh:

$$\begin{aligned}\vec{p} &= \frac{mb + na}{m + n} \\ &= \frac{4b + 3a}{4 + 3} = \frac{1}{7}(3a + 4b)\end{aligned}$$

Jadi, vektor posisi titik P adalah $\vec{p} = \frac{1}{7}(3a + 4b)$.

- b. Titik Q pada ruas garis AB sehingga $AQ : QB = 5 : 2$ atau $m = 5$ dan $n = 2$. Ini berarti titik Q pada perpanjangan ruas garis AB.



Vektor posisi Q adalah $\vec{q}$ ditentukan oleh:

$$\begin{aligned}\vec{q} &= \frac{mb + na}{m + n} \\ &= \frac{5b + (-2)a}{5 + (-2)} = \frac{1}{3}(-2a + 5b)\end{aligned}$$

Jadi, vektor posisi titik Q adalah $\vec{q} = \frac{1}{3}(-2a + 5b)$.

3. Carilah koordinat titik P yang membagi garis yang menghubungkan A(1, 4, 5) dan B(4, 1, 2) di dalam!

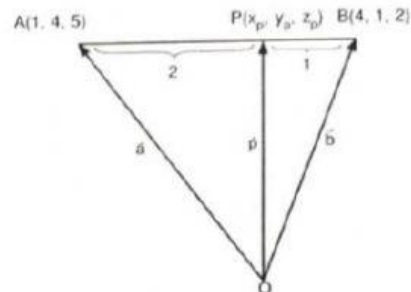
Alternatif Penyelesaian

$$\begin{aligned}x_p &= \frac{2(4) + 1(1)}{2 + 1} \\ &= \frac{8 + 1}{3} = \frac{9}{3} = 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y_p &= \frac{2(1) + 1(4)}{2 + 1} \\ &= \frac{2 + 4}{3} = \frac{6}{3} = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}z_p &= \frac{2(2) + 1(5)}{2 + 1} \\ &= \frac{4 + 5}{3} = \frac{9}{3} = 3\end{aligned}$$

Jadi, koordinat titik P adalah (3, 2, 3).



4. Diketahui ruas garis AB dengan koordinat titik A(3, -1) dan B(-3, 5). Tentukan:

- koordinat titik P jika $AP : PB = 5 : -2$
- koordinat titik Q jika $AQ = QB$

Alternatif Penyelesaian

- a. Titik P(x, y) dengan $AP : PB = 5 : -2$ atau $m = 5$ dan $n = -2$.

$$1) \quad x = \frac{mx_2 + nx_1}{m + n} = \frac{5(-3) + (-2)(3)}{5 - 2} = \frac{-15 - 6}{3} = \frac{-21}{3} = -7$$

$$2) \quad y = \frac{my_2 + ny_1}{m + n} = \frac{5(5) + (-2)(-1)}{5 - 2} = \frac{25 + 2}{3} = \frac{27}{3} = 9$$

Jadi, koordinat titik P adalah (-7, 9).

- b. Titik Q(x, y) dengan $AQ = QB$. Ini berarti Q titik tengah AB.

$$1) \quad x = \frac{x_2 + x_1}{2} = \frac{-3 + 3}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$2) \quad y = \frac{y_2 + y_1}{2} = \frac{5 + (-1)}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Jadi, koordinat titik Q adalah (0, 2).



B. Contoh soal

Soal

Diketahui ruas garis AB dengan koordinat titik A (3, -1) dan B (-3, 5) tentukanlah koordinat P jika $AP:PB = 5:-2$

Jawab

$$\text{Dik: } A(3, -1) \Rightarrow \bar{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$B(-3, 5) \Rightarrow \bar{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$AP:PB = 5:-2$$

$$\text{Dit } P = \dots?$$

Penyelesaian

$$\overbrace{AP:PB = 5:-2} \Rightarrow \boxed{m = 5 \text{ dan } n = -2}$$

$$P = \frac{-2\bar{a} + 5\bar{b}}{5 + (-2)}$$

Catatan $m = \text{perbandingan 1}$
 $n = \text{perbandingan 2}$

$$P = \frac{-2\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}}{3}$$

$$P = \frac{\begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -15 \\ 25 \end{pmatrix}}{3}$$

$$= \frac{\begin{pmatrix} -21 \\ 27 \end{pmatrix}}{3}$$

$$= \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -21 \\ 27 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -7 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Jadi koordinat titik P adalah (-7, 9).

C. Latihan soal

Latihan

Diketahui ruas garis AB dengan koordinat titik A (3,5) dan B (-2,4). Tentukanlah P jika $AP:PB = 1:2$!

Jawab

$$\text{Dik: } A (\dots, \dots) \Rightarrow \bar{a} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

$$B (\dots, \dots) \Rightarrow \bar{b} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

$$AP:PB = \dots : \dots$$

$$\text{Dit } \dots = \dots ?$$

Penyelesaian

$$AP:PB = \dots : \dots \Rightarrow m = \dots$$

$$n = \dots$$

$$P = \frac{\dots \bar{a} + \dots \bar{b}}{\dots + \dots}$$

$$P = \frac{\dots \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} + \dots \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}}{\dots + \dots}$$

$$P = \frac{\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}}{\dots}$$

$$P = \frac{\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}}{\dots}$$

$$P = \frac{\dots}{\dots} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

Jadi koordinat titik
adalah $(\dots, \dots)$