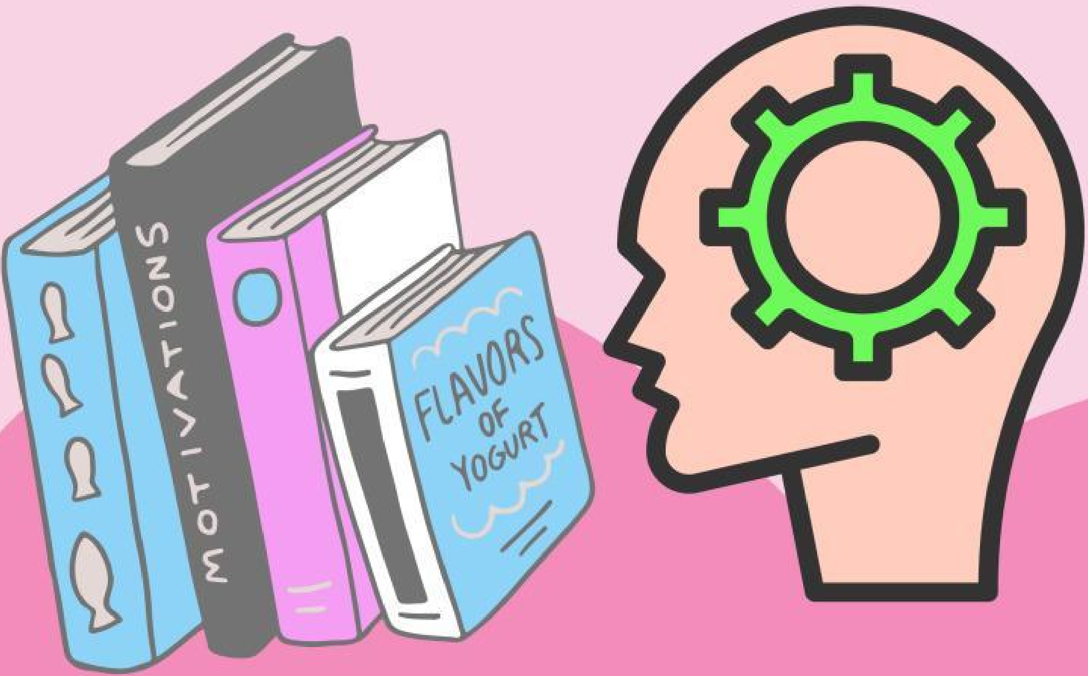
LOGIKA MATEMATIKA

Negasi, Konjungsi, Disjungsi, Implikasi, dan Biimplikasi.



BY : Marfu'ah Ristiana

Logika Matematika

Dalam logika matematika, ada notasi yang dipakai untuk menegasikan kebenaran suatu proposisi. Ketika proposisi tunggal dihubungkan dengan proposisi tunggal lainnya dengan menggunakan kata hubung tertentu, maka akan terbentuk proposisi majemuk. Proposisi majemuk tersebut memiliki nilai kebenaran yang bergantung pada proposisi tunggal pembentuknya

Ingkaran (Negasi)

Ingkaran (negasi) dari adalah proposisi yang diambil dari dengan nilai kebenarannya berbanding terbalik. Ingkaran atau negasi digunakan untuk menyangkal suatu proposisi. Ingkaran atau negasi dinyatakan oleh   atau beberapa literatur menuliskan. Agar konsisten, di sini akan dipakai notasi. Jika adalah proposisi yang bernilai benar, maka adalah proposisi yang bernilai salah, begitu juga sebaliknya. Cara sederhana yang bisa dilakukan untuk mendapatkan ingkaran dari suatu proposisi adalah dengan menyisipkan kata “bukan”, “tidak”, atau “tidak benar” pada proposisi tersebut.
seperti yang tampak pada contoh-contoh berikut :

Contoh Negasi :
p : " hari ini hujan"
-p : " hari ini tidak hujan"
q : " semangat belajar"
-q : " tidak semangat belajar

Tabel kebenaran untuk ingkaran (negasi) adalah sebagai berikut.

p	$\neg p$
B	S
S	B

Tabel berikut menunjukkan bentuk proposisi beserta negasi/ingkaran yang sesuai dengannya.

Konjungsi

Konjungsi dari dua proposisi dan adalah proposisi majemuk yang merupakan gabungan dari dua proposisi tersebut dengan penghubung kata “dan”.

Ketika konjungsi digunakan, maka dua proposisi akan menjadi satu proposisi, disebut sebagai proposisi majemuk. Kata “dan” dalam matematika selanjutnya disimbolkan dengan notasi Berikut ini beberapa contoh proposisi majemuk yang memuat konjungsi. Kata hubung “dan” dalam konjungsi dapat diganti dengan kata tetapi, sehingga, walaupun, meskipun, maupun, dan kemudian selama artinya tetap sama.

Contoh Konjungsi
p : " saya suka kopi"
q : " dan teh"

Tabel kebenaran untuk konjungsi adalah sebagai berikut.

p	q	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

Tabel berikut menunjukkan bentuk proposisi beserta konjungsi yang sesuai dengannya.

Negasi dari proposisi Konjungsi

Negasi dari proposisi konjungsi , ditulis , ekuivalen dengan Ekuivalensi ini dapat dibuktikan dengan menggunakan tabel kebenaran berikut.

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p \vee \neg q$
B	B	S	S	B	S	S
B	S	S	B	S	B	B
S	B	B	S	S	B	B
S	S	B	B	S	B	B

Perhatikan bahwa kolom yang diraster kuning memiliki urutan nilai kebenaran yang sama. Jadi, terbukti bahwa Tabel berikut menunjukkan bentuk proposisi beserta negasi/ingkaran dari proposisi konjungsi yang sesuai dengannya.

Disjungsi

Disjungsi dari dua proposisi dan adalah proposisi majemuk yang merupakan gabungan dari dua proposisi tersebut dengan penghubung kata “atau”. Ketika disjungsi digunakan, maka dua proposisi akan menjadi satu proposisi, disebut sebagai proposisi majemuk. Kata “atau” dalam matematika selanjutnya disimbolkan dengan notasi. Nilai kebenaran proposisi majemuk yang dihubungkan oleh disjungsi bergantung pada nilai kebenaran masing-masing proposisi tunggal pembentuknya, yaitu mengikuti ketentuan: “ akan bernilai benar jika setidaknya salah satu proposisi bernilai benar”.

Contoh Disjungsi :
p v q : " Setelah lulus SMP, Toni akan melanjutkan pendidikannya ke SMA atau SMK"

Tabel kebenaran untuk disjungsi adalah sebagai berikut.

p	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Tabel berikut menunjukkan bentuk proposisi beserta disjungsi yang sesuai dengannya.

Ingkaran (Negasi) dari proposisi disjungsi

Negasi dari proposisi disjungsi , ditulis , ekuivalen dengan Ekuivalensi ini dapat dibuktikan dengan menggunakan tabel kebenaran berikut.

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p \wedge \neg q$
B	B	S	S	B	S	S
B	S	S	B	B	S	S
S	B	B	S	B	S	S
S	S	B	B	S	B	B

Implikasi

Implikasi dari dua proposisi dan adalah hubungan dua proposisi yang disusun dalam bentuk “jika , maka ”. Proposisi majemuk “Jika , maka ” yang dihubungkan oleh implikasi dinotasikan dengan tanda panah dengan arah ke kanan, yaitu
Proposisi dapat dibaca:

- Jika , maka .
- mengimplikasikan .
- hanya jika .
- jika .
- asal saja .

Proposisi majemuk yang dihubungkan oleh implikasi dapat bernilai benar dan salah. Nilai kebenaran akan salah hanya saat benar dan salah, seperti yang dinyatakan dalam tabel kebenaran implikasi di bawah ini.

Contoh Implikasi
p : " hari ini senin"
q : " besok pergi sekolah"
p => q : "jika hari ini senin besok pergi sekolah"

Tabel kebenaran untuk implikasi adalah sebagai berikut.

p	q	$p \Rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Tabel berikut menunjukkan bentuk proposisi beserta implikasi yang sesuai dengannya.

Ingkaran (Negasi) dari proposisi implikasi

Negasi dari proposisi implikasi , ditulis , ekuivalen dengan Ekuivalensi ini dapat dibuktikan dengan menggunakan tabel kebenaran berikut.

p	q	$\neg q$	$p \Rightarrow q$	$\neg(p \Rightarrow q)$	$p \wedge \neg q$
B	B	S	B	S	S
B	S	B	S	B	B
S	B	S	B	S	S
S	S	B	B	S	S

Konvers, Invers, dan Kontrapositif

Dari suatu implikasi, misalnya , dapat diperoleh implikasi lain sebagai berikut.

- Menukar anteseden dengan konsekuen, atau sebaliknya sehingga diperoleh proposisi baru yang disebut konvers dari implikasi itu.
- Menegasikan anteseden dan konsekuen sehingga diperoleh proposisi baru yang disebut invers dari implikasi itu.
- Menegasikan anteseden dan konsekuen, kemudian menukar letaknya sehingga diperoleh proposisi baru yang disebut kontrapositif dari implikasi itu.

Kebenaran hubungan antara proposisi implikasi, konvers, invers, dan kontraposisi dari bentuk dinyatakan dalam tabel berikut.

p	q	$\neg p$	$\neg q$	Implikasi $p \Rightarrow q$	Konvers $q \Rightarrow p$	Invers $\neg p \Rightarrow \neg q$	Kontraposisi $\neg q \Rightarrow \neg p$
B	B	S	S	B	B	B	B
B	S	S	B	S	B	B	S
S	B	B	S	B	S	S	B
S	S	B	B	B	B	B	B

Biimplikasi

Biimplikasi dari dua proposisi dan adalah hubungan dua proposisi yang disusun dalam bentuk “ jika dan hanya jika ”.

Ciri utamanya adalah berbentuk memuat frasa jika dan hanya jika. Proposisi seperti itu disebut sebagai biimplikasi (atau implikasi dua arah). Proposisi dapat dibaca:

- jika dan hanya jika
- Jika , maka dan jika , maka

Pada bentuk , disebut syarat cukup dan perlu bagi , begitu juga sebaliknya, disebut syarat cukup dan perlu bagi. Proposisi majemuk biimplikasi bernilai benar ketika dua proposisi tunggal pembentuknya memiliki nilai kebenaran yang sama, artinya sama-sama benar atau sama-sama salah,

Contoh Biimplikasi
p : Seseorang berstatus pelajar
q : seseorang mempunyai karti pelajar
p <=> q : seseorang berstatus pelajar jika dan hanya jika mempunyai kartu pelajar.

Seperti yang ditunjukkan pada tabel kebenaran berikut.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

Tabel berikut menunjukkan bentuk proposisi beserta Biimplikasi yang sesuai dengannya.

Ingkaran (Negasi) dari proposisi Biimplikasi

Negasi dari proposisi biimplikasi , ditulis , ekuivalen dengan atau Ekuivalensi ini dapat dibuktikan dengan menggunakan tabel kebenaran berikut.

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \Leftrightarrow q$	$\neg(p \Leftrightarrow q)$	$\neg p \Leftrightarrow q$	$p \Leftrightarrow \neg q$
B	B	S	S	B	S	S	S
B	S	S	B	S	B	B	B
S	B	B	S	S	B	B	B
S	S	B	B	B	S	S	S

Soal 1

p : “Hari ini ujian “
q : “saya sangat bersemangat”

Jawab pernyataan di atas sesuai dengan :

1 Konjungsi
2 Disjungsi
3 Ingkaran (Negasi)
3 Implikasi

Soal 2

Gabungkan dengan kasih silang sesuai dengan logika matematika

=>	Kontra Posisi
v	Disjungsi
<=>	Implikasi
-q => -p	Negasi
-	Biimplikasi

SOAL 3

Jawablah pertanyaan berikut dengan benar!

Apa nama tabel dibawah ini?

p	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

p

Hari ini tidak kuliah

q

saya tidak bangun pagi

bila di ubah sesuai dengan tabel di atas menjadi :