

LEMBAR KEGIATAN PESERTA DIDIK

INVERS MATRIKS BERORDO 2X2 MATA PELAJARAN MATEMATIKA UMUM KELAS XI SMA NEGERI 1 TEMPEL

Penyusun: Brigita Wahyu Minarni, S.Pd.



Nama anggota kelompok:

1. Kelas/No.:
2. Kelas/No.:



CP ALJABAR & FUNGSI

Peserta didik dapat menyatakan data dalam bentuk matriks. Mereka dapat menentukan fungsi invers, komposisi fungsi, dan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (linear, kuadrat, eksponensial).



Tujuan Pembelajaran

1. Menjelaskan invers matriks berordo 2×2 ;
2. Menentukan invers matriks berordo 2×2 ;
3. Menyelesaikan masalah kontekstual dengan menggunakan invers matriks berordo 2×2

Petunjuk :

- ☞ Bacalah dengan teliti setiap kalimat.
- ☞ Diskusikan dengan teman - teman sekelompok, jika kelompokmu menemukan masalah yang tidak bisa diselesaikan, bertanyalah pada guru.
- ☞ Isikan titik-titik pada LKPD berikut (ada kode simbol)



APERSEPSI



Ananda sekalian, pada pertemuan sebelumnya kalian telah mempelajari determinan matriks berordo 2×2 beserta aplikasinya dalam menyelesaikan masalah kontekstual.

Kalian juga sudah memperoleh sumber belajar terkait determinan matriks dan invers matriks ordo 2×2 di Google Classroom. Pasti kamu telah memahami rumus untuk mencari Invers matriks ordo 2×2 (sudah sempat disinggung di pertemuan sebelumnya).

Pada LKPD ini kamu akan menyelesaikan masalah yang disajikan dalam soal cerita dan selesaikan dengan teman kelompokmu.

Berikutnya nanti kalian akan memahami sifat-sifat invers matriks melalui diskusi kelompok. Selamat belajar !

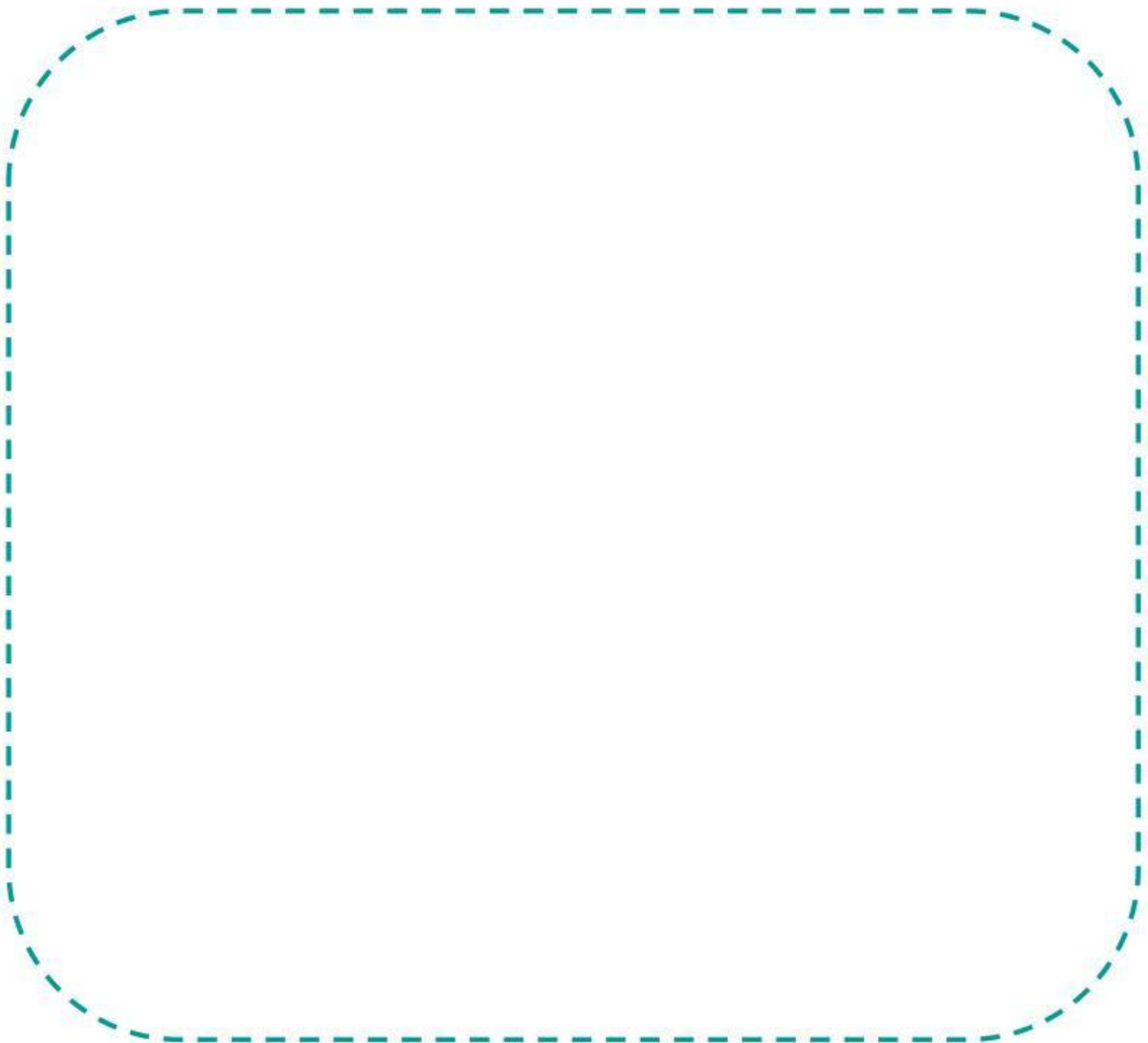


APAKAH INVERS MATRIKS

Invers matriks A adalah sebuah matriks baru yang merupakan kebalikan dari matriks A dan apabila dikalikan antara matriks A dengan kebalikannya akan menghasilkan matriks Identitas. Invers matriks A dinotasikan dengan A^{-1}


$$A \cdot A^{-1} = I$$

Mari simak video berikut ini!



Jika terdapat matriks A berordo 2x2 dan matriks A **bukan** matriks singular

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Maka invers matriks A adalah :

$$\begin{aligned} A^{-1} &= \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj } A \\ &= \frac{1}{\dots - \dots} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Matriks singular adalah matriks yang memiliki nilai determinan nol

Cermati Permasalahan-permasalahan berikut ini!

Kemudian diskusikan dengan kelompokmu untuk melengkapi titik-titik pada setiap permasalahan berikut!

1

Tentukan invers matriks B apabila $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$!

$$\begin{aligned} \text{Jawab: } B^{-1} &= \frac{1}{|B|} \cdot \text{Adj } B \\ &= \frac{1}{4 \cdot 2 - 7 \cdot 1} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Cermati!



2

Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$.

Diskusikan dan lengkapi!

Tentukan:

a. A^{-1}

b. $(A^{-1})^{-1}$

Jawab:

$$a. A^{-1} = \frac{1}{\dots - \dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$b. (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{\dots - \dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{\dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{\dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

3

Perlihatkan bila $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$ apabila $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$!

Jawab:

$$A \cdot A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \cdot A = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

4

Dengan memanfaatkan informasi jawaban nomor soal 1 dan 2, tentukan :

Tentukan:

a. $(AB)^{-1}$

b. $A^{-1} \cdot B^{-1}$

Jawab:

$$(A \cdot B)^{-1} = \left(\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

$$A^{-1} \cdot B^{-1} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$



Arman membeli 5 pensil dan 3 penghapus, sedangkan Susi membeli 4 pensil dan 2 penghapus di toko yang sama. Di kasir, Arman membayar Rp 11.500,00 sedangkan Susi membayar Rp 9.000,00. Jika Dodi membeli 6 pensil dan 5 penghapus, berapa ia harus membayar? (Selesaikan permasalahan tersebut menggunakan invers matriks!)

Jawab:

Misal : x = harga 1 pensil

y = harga 1 penghapus

diperoleh persamaan :

$$5x + 3y = 11.500$$

$$4x + 2y = 9.000$$

Maka model matriksnya adalah :

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_A$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_B$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_C$

Pada model matriks tersebut,

untuk menentukan matriks B dapat dituliskan :

$$A \cdot B = C$$

$$A^{-1} \cdot A \cdot B = A^{-1} \cdot C$$

$$I \cdot B = A^{-1} \cdot C$$

$$B = A^{-1} \cdot C$$

(perkalian A^{-1} dari kiri)

(hasil kali $A \cdot A^{-1}$)

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{\dots - \dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

∴ Kesimpulan : Harga 6 pensil adalah ... , harga 5 penghapus adalah ...

Oleh sebab itu Dodi harus membayar

Kesimpulan:

1. Misalkan matriks A berordo $n \times n$ dengan $n \in \mathbb{N}$, dan determinan A tidak sama dengan nol, jika A^{-1} adalah invers dari A, maka $(A^{-1})^{-1} = \dots$
2. Misalkan matriks A dan B berordo $n \times n$ dengan $n \in \mathbb{N}$, dan determinan A dan B tidak sama dengan nol, jika A^{-1} dan B^{-1} adalah invers dari matriks A dan B, maka $(AB)^{-1} \dots B^{-1}A^{-1}$
3. Misalkan matriks A dan B berordo $n \times n$,
Pada persamaan : $AX = B$ maka berlaku $X = A^{-1}B$
 $XA = B$ maka berlaku $X = BA^{-1}$

Mari Berlatih!

1 Pilihlah matriks yang tidak memiliki determinan!

- A. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ E. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$

Alasan matriks tersebut tidak memiliki invers adalah ...

Matriks yang nilai determinannya ... disebut matriks ...

2 Jodohkan matriks-matriks berikut ini dengan inversnya!

$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$	→		$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$	→		$\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -6 & -2 \end{bmatrix}$	→		$-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	→		$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & \frac{4}{3} \end{bmatrix}$

3 Tentukan matriks X berordo 2x2 yang memenuhi persamaan $X \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -4 \\ -21 & -10 \end{bmatrix}$

Jawab:

$$X \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -4 \\ -21 & -10 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} -8 & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}^{-1}$$

$$X = \begin{bmatrix} -8 & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \times \frac{1}{\dots} \times \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{\dots} \times \begin{bmatrix} -8 & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{\dots} \times \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Kesimpulan:

$$X = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

4

Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} a & 1+a \\ 0 & a \end{bmatrix}$ dan A^{-1} adalah invers matriks A. Apabila $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, maka

Tentukan nilai konstanta b!

Jawab:

Ingat sifat matriks : $(A^{-1})^{-1} = A$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}^{-1} &= \begin{bmatrix} \dots & 1+a \\ 0 & \dots \end{bmatrix} \\ \frac{1}{\dots \times 1 - \dots \times b} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dots & 1+a \\ 0 & \dots \end{bmatrix} \\ \frac{1}{\dots} \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dots & 1+a \\ 0 & \dots \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dots & 1+a \\ 0 & \dots \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Dari kesamaan dua matriks diperoleh:

$$a = \dots$$

$$-b = \dots + a$$

$$b = \dots$$

Kesimpulan:

$$b = \dots$$

5

Tentukan matriks X berordo 2x2 yang memenuhi persamaan $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 10 & 5 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 60 & -15 \end{bmatrix}$

Jawab:

Tulis cara mencari jawabanmu pada buku catatan!

Matriks X yang dimaksud adalah :

$$X = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Tulislah pencapaian belajar Matriks melalui E-LKPD ini!

