

WORKSHEET BARISAN DAN DERET ARITMATIKA

Oleh:

R. Bagus Hidayat

2025

Nama kelompok:

Kelas:

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.

CAPAIAN PEMBELAJARAN

Peserta didik dapat menerapkan menggeneralisasi sifat sifat bilangan berpangkat (termasuk bilangan pangkat pecahan).

Peserta didik dapat menerapkan barisan dan deret aritmatika dan geometri, termasuk masalah yang terkait bunga tunggal dan bunga majemuk

TUJUAN PEMBELAJARAN

Peserta didik dapat menerapkan barisan dan deret aritmatika dan geometri, termasuk masalah yang terkait bunga tunggal dan bunga majemuk

AYO PAHAMI BARISAN DAN DERET ARITMATIKA

BARISAN ARITMATIKA



Sumber: <https://www.bing.com>

Bayangkan sebuah bagian tribun stadion. Misalkan baris paling depan memiliki 20 kursi. Setiap baris di belakangnya selalu bertambah 4 kursi dari baris di depannya. Kita ingin mengetahui:

1. Berapa banyak kursi pada baris ke-25?
2. Berapa total jumlah kursi dari baris pertama hingga baris ke-25?

Dari sini kita dapatkan:

1. Banyak kursi pada baris pertama = 20
2. Beda/selisih kursi setiap baris = 4

• Langkah Menemukan Rumus Suku ke- n (U_n)

Tujuan kita adalah menemukan rumus untuk jumlah kursi di baris mana pun tanpa harus menghitung satu per satu.

Langkah 1: Analisis Pola Manual

Mari kita hitung jumlah kursi di beberapa baris pertama untuk melihat polanya.

- Baris ke-1 : 20 kursi
- Baris ke-2 : $20 + 4 = \dots$ kursi (20 ditambah 4 sebanyak 1 kali)
- Baris ke-3 : $20 + 4 + 4 = \dots$ kursi (20 ditambah 4 sebanyak $\dots$ kali)
- Baris ke-4 : $20 + \dots + \dots + \dots = \dots$ kursi (20 ditambah 4 sebanyak $\dots$ kali)
- Baris ke-5 : $20 + \dots = \dots$ kursi (20 ditambah 4 sebanyak $\dots$ kali)

Langkah 2: Ubah Pola ke Bentuk Matematis

Sekarang, kita sederhanakan penulisan pola di atas menggunakan perkalian.

- Baris ke-1 = 20
- Baris ke-2 = $20 + (1 \times 4)$
- Baris ke-3 = $20 + (\dots \times \dots)$
- Baris ke-4 = $\dots + (\dots \times \dots)$
- Baris ke-5 = $\dots \dots \dots$

Langkah 3: Lakukan Generalisasi untuk Menemukan Rumus

Perhatikan hubungan antara nomor baris dan angka pengali dari beda/selisih

- Untuk baris ke-2, pengalinya adalah 1.
- Untuk baris ke-3, pengalinya adalah $\dots$.
- Untuk baris ke-4, pengalinya adalah $\dots$.
- Untuk baris ke-5, pengalinya adalah $\dots$.

Terlihat jelas bahwa angka pengalinya selalu satu kurangnya dari nomor barisnya ($n - 1$).

Langkah 4: Aplikasi dan Pembuktian

Sekarang kita akan menjawab pertanyaan: Berapa kursi di baris ke-25?

$$\text{Baris ke-25} = 20 + (\dots \times \dots)$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$

Suku ke- n (U_n) $(n - 1)$ Selisih/beda (b)

$\downarrow$

Suku pertama (a)

$$U_{25} = 20 + (25 - 1) \times 4$$

$$U_{25} = 20 + \dots \times \dots$$

$$U_{25} = 20 + \dots = \dots$$

Kesimpulan: Rumus untuk menentukan suku ke- n pada barisan aritmatika

$$U_n = \dots + (\dots - \dots) \times \dots$$

Keterangan

$$U_n = \dots$$

$$a = \dots$$

$$n = \dots$$

$$b = \dots$$

DERET ARITMATIKA



Sumber: <https://www.bing.com>

Kita kembali ke permasalahan sebelumnya:

1. Baris paling depan memiliki 20 kursi.
2. Setiap baris di belakangnya selalu bertambah 4 kursi.
3. Terdapat total 25 baris.

Pertanyaan: Berapa total jumlah kursi di seluruh tribun tersebut (dari baris 1 sampai 25)?

Ini adalah permasalahan deret aritmatika, di mana kita mencari jumlah n suku pertama. Tujuan kita adalah mengetahui total seluruh kursi tanpa harus menjumlahkan kursi di setiap baris satu per satu.

Langkah Menemukan Rumus Deret Aritmatika (S_n)

RUMUS 1

Dari permasalahan di atas, dapat dibentuk deret aritmatika sebagai berikut:

Barisan aritmatika: $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, \dots, U_{25} \rightarrow 20, 24, 28, 32, 36, \dots, 116$

Deret aritmatika: $U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 + \dots + U_{25} \rightarrow 20 + 24 + 28 + 32 + 36 + \dots + 116$

- Baris ke-1 = a
- Baris ke-2 = $a + b$
- Baris ke-3 = $a + 2b$
- Baris ke-4 = $a + 3b$

Jumlah 4 suku pertama deret aritmatika: S_4

$$\begin{aligned} S_4 &= U_1 + U_2 + U_3 + U_4 \\ &= a + (a + b) + (a + 2b) + (a + 3b) \end{aligned}$$

$$= 4a + 6b$$

$$= 2(2a + 3b)$$

$$S_4 = \frac{4}{2}(2a + (4-1)b)$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\frac{n}{2} \quad 2a + (n-1)b$$

Jumlah n suku pertama (S_n)

RUMUS 2

Dari contoh di atas, dapat disimpulkan bahwa

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

$$= a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (a + (n-1)b)$$

S_n dapat juga dituliskan

$$\begin{array}{ccccccccccc} S_n & = & a & & + & a + b & & + & \dots & + & a + (n-1)b \\ S_n & = & a + (n-1)b & & + & a + (n-2)b & & + & \dots & + & a & + \\ \hline 2S_n & = & 2a + (n-1)b & & + & 2a + (n-1)b & & + & \dots & + & 2a + (n-1)b \end{array}$$

sebanyak $n \times$

$$2S_n = n \times [2a + (n-1)b]$$

$$2S_n = n \times [a + a + (n-1)b]$$

$$2S_n = n(U_1 + U_n)$$

$$S_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)$$

Kesimpulan: Rumus untuk menghitung jumlah suku-suku deret aritmatika adalah

$$S_n = \frac{n}{2} (\dots + \dots) \quad \text{atau} \quad S_n = \frac{n}{2} (\dots + (n-1) \dots)$$

Keterangan

S_n = Jumlah deret sebanyak n suku pertama

a = suku pertama

n = banyaknya suku

b = beda

LATIHAN

1. SMA Swastika Buana sedang menyiapkan sebuah pentas seni tahunan yang akan diadakan di gedung pertunjukan kota. Panitia acara yang terdiri dari siswa kelas XI diminta untuk mengatur tempat duduk penonton. Anda sebagai ketua panitia, mengamati susunan kursi yang sudah tersedia. Anda mencatat bahwa baris paling depan memiliki 14 kursi, setiap baris kedua dan seterusnya, kursi bertambah 2 kursi. Faris ingin tahu berapa kursi yang ada di baris ke-20, agar ia bisa menghitung kebutuhan tiket berdasarkan kapasitas maksimum setiap baris. Bantulah Faris menentukan banyaknya kursi pada baris ke-20 dan jumlah seluruh kursi dari baris pertama sampai baris ke-20.
2. Pak Darto adalah seorang pegawai yang mulai menjalani gaya hidup sehat. Ia menetapkan target pribadi untuk meningkatkan jumlah langkah kaki yang ia tempuh setiap harinya. Di hari pertama, Pak Darto berjalan sebanyak 2.000 langkah. Ia bertekad untuk menambah 300 langkah setiap harinya agar tubuhnya terbiasa lebih aktif. Ia ingin tahu berapa banyak langkah yang akan ia tempuh pada hari ke-30?