

Intervalos y desigualdades

Para una función real f dada por una expresión analítica, el dominio es el conjunto de números reales x para los cuales $f(x)$ está definida y toma valores reales (evitando, por ejemplo, denominadores cero, radicandos negativos en raíces pares o argumentos no positivos en logaritmos). El rango o imagen es el subconjunto de valores y que realmente se obtiene de evaluar $f(x)$ con x en el dominio.

Expresión
Analítica

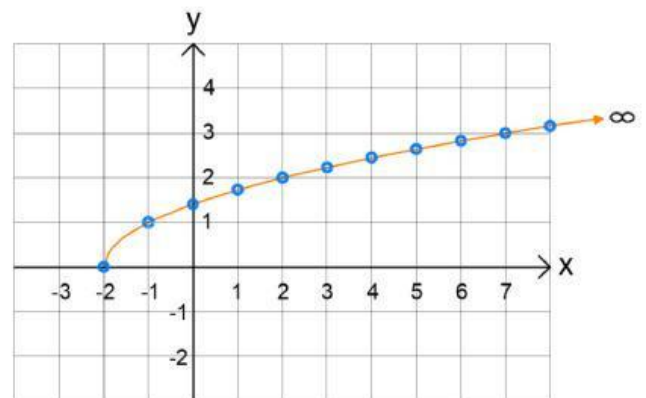
$$f(x) = \sqrt{x+2}$$

Tabulación

x	$f(x)$
-4	—
-3	—
-2	0
-1	1
0	1.41
1	1.73
2	2
3	2.23
4	2.45
5	2.65
6	2.83
7	3

Dominio Rango

Gráfica



Lo anterior nos lleva al manejo de algunos conceptos preliminares, tal como intervalo, y su relación con las desigualdades e inecuaciones, que nos van a ayudar a definir el dominio y rango de una manera simbólica y sencilla.

Desigualdades.

La comparación de dos cantidades lleva implícita una respuesta: **mayor que**, **igual a**, o bien, **menor que**. Esto lo expresa la ley de la tricotomía:

Sean a y b dos números reales. Se dice que:

- a es mayor que b , si $a - b$ es un número positivo. Entonces lo escribimos como:
 $a > b$ Léase "a mayor que b"
- a es menor que b , si $a - b$ es un número negativo. Entonces lo escribimos como:
 $a < b$ Léase "a menor que b"

Tenemos ahora, aparte del signo de igualdad, dos signos más para expresar la desigualdad. También son de uso común los signos:

$\geq$ "mayor o igual que"; $\leq$ "menor o igual que"

Que señalan la posibilidad de la desigualdad sin dejar fuera la igualdad (una u otra, no ambas).

Ejemplo:

Enunciado	Expresión simbólica
8 es mayor que -4	$8 > -4$
-3/5 es menor que 0	$-3/5 < 0$
Un número real no negativo (cero no es negativo, ni positivo)	$x \geq 0$
Un número real positivo (cero no es negativo, ni positivo)	$x > 0$
Un número entre -4 y 2	$-4 < x < 2$
Un número menor a 6	$x < 6$
Un número que puede ser 2 o mayor a 2.	$x \geq 2$
Un número que puede ser 2 o 10, o cualquier intermedio.	$2 \leq x \leq 10$

Intervalos

Un intervalo es el conjunto de todos los números comprendidos en una porción continua del eje real. Si los límites de esa porción del eje son los valores a y b ($a < b$), el intervalo estará dado por la doble desigualdad: $a < x < b$ o $a \leq x \leq b$, dependiendo si se quiere incluir o no a los extremos.

Un intervalo puede ser catalogado como:

- Intervalo **Abierto**, si **no** incluye a los extremos, se representa a través de **paréntesis**.
 (a,b) o $a < x < b$
- Intervalo **Cerrado**, si incluye a esos extremos, se representa a través de **corchetes**.
 $[a,b]$ o $a \leq x \leq b$
- Mixto**, aquellos que son abiertos en un extremo y cerrado en el otro, **lleva corchetes** en el extremo cerrado **y paréntesis** en el extremo abierto.
 $[a,b)$ o $a \leq x < b$
 $(a,b]$ o $a < x \leq b$

La porción del eje real puede ser una semirecta cuando uno de sus límites es $+\infty$ o $-\infty$. En este caso, en dicho lado el intervalo siempre es abierto.

$$(\infty, b] \quad \text{o} \quad \infty < x \leq b$$

$$[a, \infty) \quad \text{o} \quad a \leq x < \infty$$

Ejemplos:

Tipo de intervalo	Intervalo	Desigualdad
Abierto	$(2,5)$	$2 < x < 5$
Cerrado	$[2,5]$	$2 \leq x \leq 5$
Mixto	$(2,5]$	$2 < x \leq 5$
Mixto	$[2,5)$	$2 \leq x < 5$
Mixto	$[2,\infty)$	$2 \leq x < \infty$
Mixto	$(-\infty,5]$	$-\infty < x \leq 5$
Mixto	$(-3,1]$	$-3 < x \leq 1$
Mixto	$[-9,-4)$	$-9 \leq x < -4$
Cerrado	$[-7,6]$	$-7 \leq x \leq 6$
Abierto	$(-12,-8)$	$-12 < x < -8$

Actividad 1

Debes mandar la captura a la clase Classroom de tu resultado que obtuviste en liveworksheet con nombre y puntaje.

Parte 1. Relaciona la columna de intervalo con su correspondiente desigualdad, poniendo dentro de cada rectángulo la letra que corresponda a la respuesta correcta.

a) $(-3,5)$		$3 \leq x < \infty$
b) $(2,7]$		$-\infty < x < 8$
c) $[3,15]$		$2 \leq x \leq 7$
d) $[8, \infty)$		$-3 \leq x < 5$
e) $(-\infty,3)$		$3 < x \leq 15$
f) $[-3,5]$		$-\infty < x < 3$
g) $[2,7)$		$8 < x < \infty$
h) $(3,15)$		$2 < x \leq 7$
i) $(8, \infty)$		$3 < x < 15$
j) $(-\infty,3]$		$-3 < x < 5$
k) $[-3,5)$		$-\infty < x \leq 3$
l) $[2,7]$		$8 \leq x < \infty$
m) $(3,15]$		$2 \leq x < 7$
n) $(-\infty,8)$		$3 \leq x \leq 15$
o) $[3,\infty)$		$-3 \leq x \leq 5$

Actividad 2

Parte 2. Relaciona ambas columnas poniendo dentro de cada rectángulo la letra que corresponda a la respuesta correcta.

a) Cualquier número entre -3 y 7.		$[-3,7]$
b) Cualquier número menor a 7.		$(-\infty,7)$
c) Cualquier número entre -3 y 7, incluyendo a los extremos.		$(-3,\infty)$
d) Cualquier número menor o igual a 7.		$(-3,7)$
e) Cualquier número entre -3 y 7, que también puede ser 7.		$(7,\infty)$
f) Cualquier número mayor a -3.		$[-3,7]$
g) Cualquier número entre -3 y 7, que también puede ser -3.		$(-3,7)$
h) Cualquier número mayor o igual a -3.		$(-\infty,7]$
i) Cualquier número menor a -3.		$(-\infty,-3)$
j) Cualquier número mayor a 7.		$[-3,\infty)$

Actividad 3

Parte 3. Relaciona ambas columnas poniendo dentro de cada rectángulo la letra que corresponda a la respuesta correcta.

k) Cualquier número entre -3 y 7.		$-3 \leq x < \infty$
l) Cualquier número menor a 7.		$-3 < x \leq 7$
m) Cualquier número entre -3 y 7, incluyendo a los extremos.		$-\infty < x < -3$
n) Cualquier número menor o igual a 7.		$-3 \leq x \leq 7$
o) Cualquier número entre -3 y 7, que también puede ser 7.		$-\infty < x \leq 7$
p) Cualquier número mayor a -3.		$-3 < x < 7$
q) Cualquier número entre -3 y 7, que también puede ser -3.		$7 < x < \infty$
r) Cualquier número mayor o igual a -3.		$-\infty < x < 7$
s) Cualquier número menor a -3.		$-3 < x < \infty$
t) Cualquier número mayor a 7.		$-3 \leq x < 7$