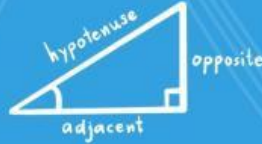




Deep  
Learning



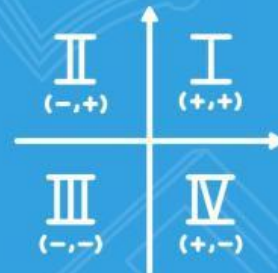
Lembar Kerja Peserta Didik

# LKPD-3

**Perbandingan Trigonometri untuk Sudut Berelasi  
di Berbagai Kuadran**

**Materi : Trigonometri  
Kelas X Fase E**

**Disusun oleh : Marina Apriani, S.Pd**





## PETUNJUK

1. Bacalah LKPD berikut dengan cermat, kemudian diskusikan dengan teman sekelompokmu.
2. Jawablah pertanyaan yang ada pada LKPD dan bertanyalah pada guru jika kurang jelas.
3. Waktu pengerjaan LKPD adalah 30 menit.



## CAPAIAN PEMBELAJARAN

Peserta didik dapat menentukan perbandingan trigonometri dan memecahkan masalah yang melibatkan segitiga siku-siku.



## TUJUAN PEMBELAJARAN

Peserta didik dapat menentukan nilai perbandingan trigonometri masing-masing kuadran serta penerapannya dalam kehidupan sehari-hari.



Nama :

Kelas :

Hari,Tanggal :

**Yuk....Tulis Quotes Untuk Hari ini :)**

Sebelum memulai memahami masalah, bagaimana ketertarikan kamu terhadap materi pembelajaran hari ini? *Yuk, pilih salah satu ekspresi yang mewakili ketertarikan kamu.*



## AYO MEMAHAMI

Cermati dan pahami masalah berikut ini.



Pada malam pentas seni di sekolah, dua lampu sorot dipasang pada dua tiang identik setinggi 3 meter dipasang di sisi kanan dan kiri panggung terbuka. Adit, seorang ketua acara berdiri tepat di tengah-tengah kedua lampu sorot, dengan tinggi mata 1,6 meter. Saat memandang ke puncak lampu sorot kanan, arah pandangannya membentuk sudut  $45^\circ$  terhadap arah timur (diukur berlawanan arah jarum jam). Saat memandang ke puncak lampu sorot kiri, arah pandangannya membentuk sudut  $135^\circ$  terhadap arah timur. Berdasarkan permasalahan tersebut, dapatkah kamu membantu untuk menentukan jarak mendatar Adit ke masing-masing tiang lampu sorot?

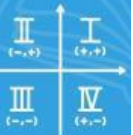
Kalian tentu sudah memahami **perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku dan sudut-sudut istimewa**.

Namun, tidak semua sudut yang kita temui terletak di antara  $0^\circ$  hingga  $90^\circ$ . Pada kenyataannya, banyak permasalahan nyata yang melibatkan sudut di luar rentang ini. Tenang, kita tetap bisa menyelesaikannya dengan perbandingan trigonometri pada sudut berelasi di berbagai kuadran. Nah, mari kita pelajari bersama bagaimana konsepnya!





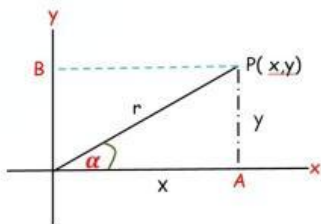
# AYO MENGAPLIKASIKAN



Untuk menyelesaikan masalah tersebut, pelajailah materi perbandingan trigonometri untuk sudut relasi di berbagai kuadran dengan membaca informasi yang ada pada buku cetak. Kemudian untuk menambah informasi, kamu dapat membaca sumber-sumber lain.

1

Mari, ingat kembali definisi perbandingan trigonometri:

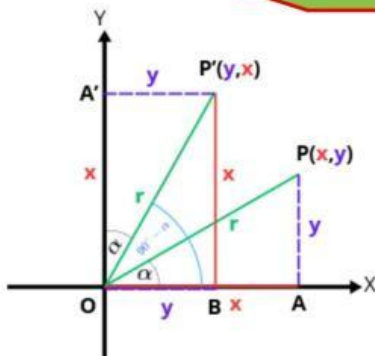


$$\begin{aligned} \sin a &= \frac{\text{opposite}}{\text{hypotenuse}} \\ \cos a &= \frac{\text{adjacent}}{\text{hypotenuse}} \\ \tan a &= \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} \\ \csc a &= \frac{\text{hypotenuse}}{\text{opposite}} \\ \sec a &= \frac{\text{hypotenuse}}{\text{adjacent}} \\ \cot a &= \frac{\text{adjacent}}{\text{opposite}} \end{aligned}$$

## Kegiatan 1: Menemukan Relasi Sudut di Kuadran I

2

$90^\circ - a$



Dari  $\triangle AOP$  dan  $\triangle BOP'$ , diperoleh bahwa:

$$\begin{aligned} \sin(90^\circ - a) &= \frac{\text{opposite}}{\text{hypotenuse}} \\ \cos a &= \frac{\text{adjacent}}{\text{hypotenuse}} \\ \cos(90^\circ - a) &= \frac{\text{opposite}}{\text{hypotenuse}} \\ \sin a &= \frac{\text{adjacent}}{\text{hypotenuse}} \end{aligned}$$

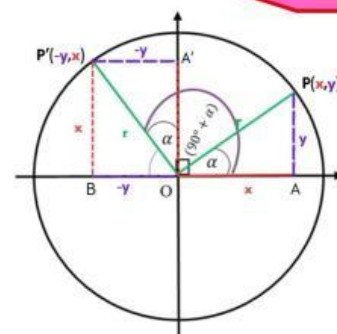
## Lanjutan 2

$$\begin{aligned} \tan(90^\circ - a) &= \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} \\ \cot a &= \frac{\text{adjacent}}{\text{opposite}} \\ \csc(90^\circ - a) &= \frac{\text{hypotenuse}}{\text{opposite}} \\ \sec a &= \frac{\text{hypotenuse}}{\text{adjacent}} \\ \sec(90^\circ - a) &= \frac{\text{hypotenuse}}{\text{adjacent}} \\ \csc a &= \frac{\text{hypotenuse}}{\text{opposite}} \\ \cot(90^\circ - a) &= \frac{\text{adjacent}}{\text{opposite}} \\ \tan a &= \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} \end{aligned}$$

## Kegiatan 2: Menemukan Relasi Sudut di Kuadran II

3

$90^\circ + a$

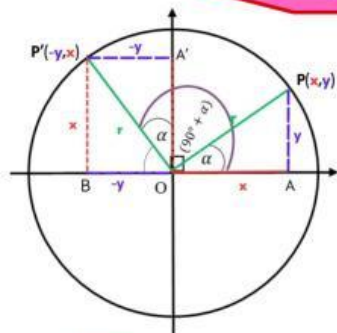


Titik  $P(x, y)$  dirotasikan sebesar  $90^\circ$  berlawanan arah jarum jam terhadap titik asal, sehingga menghasilkan bayangan  $P'(-y, x)$ . Dari  $\triangle AOP$  dan  $\triangle BOP'$ , diperoleh bahwa:

$$\begin{aligned} \sin(90^\circ + a) &= \frac{y}{r} \\ \cos a &= \frac{x}{r} \\ \sin(90^\circ + a) &= \frac{y}{r} \end{aligned}$$



### Lanjutan 3



$$\bullet \cos(90^\circ + \alpha) =$$

$$\sin \alpha =$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) =$$

$$\bullet \tan(90^\circ + \alpha) =$$

$$\cot \alpha =$$

$$\tan(90^\circ + \alpha) =$$

$$\bullet \csc(90^\circ + \alpha) =$$

$$\sec \alpha =$$

$$\csc(90^\circ + \alpha) =$$

$$\bullet \sec(90^\circ + \alpha) =$$

$$\csc \alpha =$$

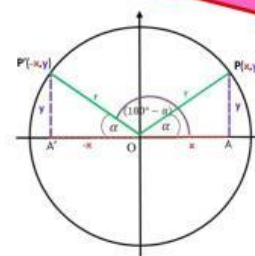
$$\sec(90^\circ + \alpha) =$$

$$\bullet \cot(90^\circ + \alpha) =$$

$$\tan \alpha =$$

$$\cot(90^\circ + \alpha) =$$

### Lanjutan 4



$$\bullet \cos(180^\circ - \alpha) =$$

$$\cos \alpha =$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) =$$

$$\bullet \tan(180^\circ - \alpha) =$$

$$\tan \alpha =$$

$$\tan(180^\circ - \alpha) =$$

$$\bullet \csc(180^\circ - \alpha) =$$

$$\csc \alpha =$$

$$\csc(180^\circ - \alpha) =$$

$$\bullet \sec(180^\circ - \alpha) =$$

$$\sec \alpha =$$

$$\sec(180^\circ - \alpha) =$$

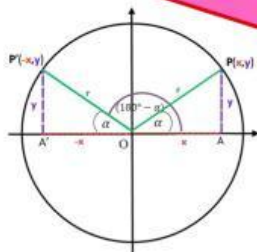
$$\bullet \cot(180^\circ - \alpha) =$$

$$\cot \alpha =$$

$$\cot(180^\circ - \alpha) =$$

4

$180^\circ - \alpha$



Titik  $P(x, y)$  dicerminkan terhadap sumbu-Y sehingga menghasilkan bayangan  $P'(-x, y)$ . Dari  $\Delta AOP$  dan  $\Delta A'OP'$  diperoleh:

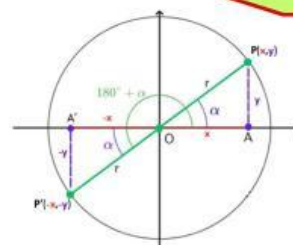
$$\bullet \sin(180^\circ - \alpha) = \frac{y}{r}$$

$$\sin \alpha =$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) =$$

5

$180^\circ + \alpha$



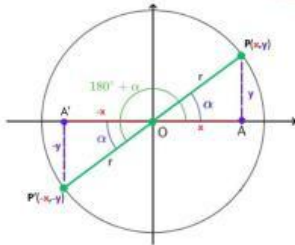
Titik  $P(x, y)$  dirotasikan sebesar  $180^\circ$  terhadap titik asal  $O(0, 0)$  sehingga menghasilkan bayangan  $P'(-x, -y)$  di kuadran III. Dari  $\Delta AOP$  dan  $\Delta A'OP'$  diperoleh:

$$\bullet \sin(180^\circ + \alpha) = \frac{-y}{r}$$

$$\sin \alpha =$$

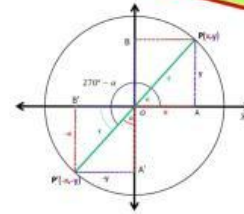
$$\sin(180^\circ + \alpha) =$$

### Lanjutan 5



- $\cos(180^\circ + \alpha) =$    
 $\cos \alpha =$    
 $\cos(180^\circ + \alpha) =$
- $\tan(180^\circ + \alpha) =$    
 $\tan \alpha =$    
 $\tan(180^\circ + \alpha) =$
- $\csc(180^\circ + \alpha) =$    
 $\csc \alpha =$    
 $\csc(180^\circ + \alpha) =$
- $\sec(180^\circ + \alpha) =$    
 $\sec \alpha =$    
 $\sec(180^\circ + \alpha) =$
- $\cot(180^\circ + \alpha) =$    
 $\cot \alpha =$    
 $\cot(180^\circ + \alpha) =$

### Lanjutan 6

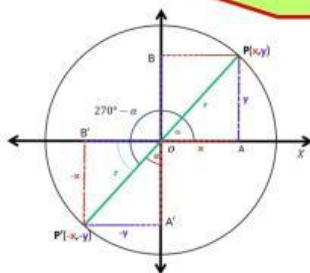


- $\cos(270^\circ - \alpha) =$    
 $\sin \alpha =$    
 $\cos(270^\circ - \alpha) =$
- $\tan(270^\circ - \alpha) =$    
 $\cot \alpha =$    
 $\tan(270^\circ - \alpha) =$
- $\csc(270^\circ - \alpha) =$    
 $\sec \alpha =$    
 $\csc(270^\circ - \alpha) =$
- $\sec(270^\circ - \alpha) =$    
 $\csc \alpha =$    
 $\sec(270^\circ - \alpha) =$
- $\cot(270^\circ - \alpha) =$    
 $\tan \alpha =$    
 $\cot(270^\circ - \alpha) =$

### Kegiatan 4: Menemukan Relasi Sudut di Kuadran IV

6

$270^\circ - \alpha$

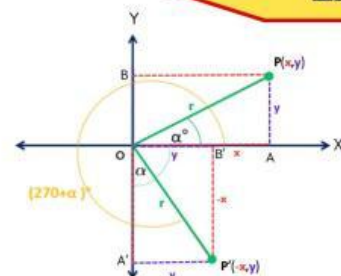


Titik  $P(x, y)$  dirotasikan sebesar  $180^\circ$  terhadap titik asal  $O(0,0)$  sehingga menghasilkan bayangan  $P'(-x, -y)$  di kuadran III. Dari  $\triangle AOP$  dan  $\triangle B'OP'$  diperoleh:

- $\sin(270^\circ - \alpha) = \frac{-x}{r}$ 
 $\cos \alpha =$    
 $\sin(270^\circ - \alpha) =$

7

$270^\circ + \alpha$

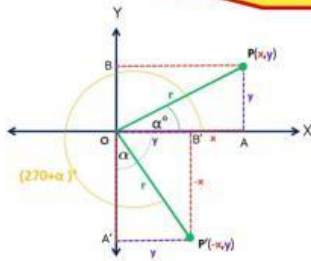


Untuk menemukan relasi sudut  $\alpha$  dengan  $(270^\circ + \alpha)$  maka pahami gambar di atas. Titik  $P'(-x, -y)$  berada di kuadran IV. Dari  $\triangle AOP$  dan  $\triangle B'OP'$  diperoleh:

- $\sin(270^\circ + \alpha) = \frac{-x}{r}$ 
 $\cos \alpha =$    
 $\sin(270^\circ + \alpha) =$

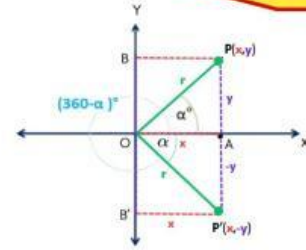


## Lanjutan 7



- $\cos(270^\circ + \alpha) =$    $\cos(270^\circ + \alpha) =$
- $\sin \alpha =$
- $\tan(270^\circ + \alpha) =$    $\tan(270^\circ + \alpha) =$
- $\cot \alpha =$
- $\csc(270^\circ + \alpha) =$    $\csc(270^\circ + \alpha) =$
- $\sec \alpha =$
- $\sec(270^\circ + \alpha) =$    $\sec(270^\circ + \alpha) =$
- $\csc \alpha =$
- $\cot(270^\circ + \alpha) =$    $\cot(270^\circ + \alpha) =$
- $\tan \alpha =$

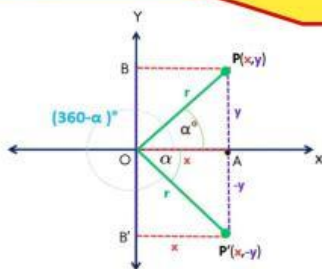
## Lanjutan 8



- $\cos(360^\circ - \alpha) =$    $\cos(360^\circ - \alpha) =$
- $\cos \alpha =$
- $\tan(360^\circ - \alpha) =$    $\tan(360^\circ - \alpha) =$
- $\tan \alpha =$
- $\csc(360^\circ - \alpha) =$    $\csc(360^\circ - \alpha) =$
- $\csc \alpha =$
- $\sec(360^\circ - \alpha) =$    $\sec(360^\circ - \alpha) =$
- $\sec \alpha =$
- $\cot(360^\circ - \alpha) =$    $\cot(360^\circ - \alpha) =$
- $\cot \alpha =$

8

## 360° - α

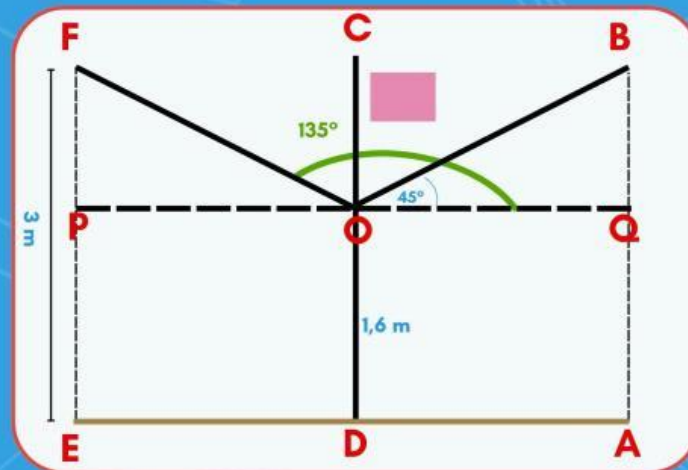


Titik  $P(x, y)$  direfleksikan terhadap sumbu  $X$  sehingga menghasilkan bayangan  $P'(x, -y)$  yang terletak di kuadran IV dengan sudut  $(360^\circ - \alpha)$ . Jika  $\angle AOP = \alpha$  dan  $\angle AOP' = 360^\circ - \alpha$ , maka:

- $\sin(360^\circ - \alpha) = \frac{-y}{r}$   $\sin(360^\circ - \alpha) =$
- $\sin \alpha =$

# Mari menyelesaikan permasalahan dengan konsep sudut berelasi

Berdasarkan permasalahan yang disajikan, maka:



1 Perhatikan gambar disamping, diketahui bahwa:

- OB = garis miring pandangan Adit ke puncak lampu sorot kanan
- OF = garis miring pandangan Adit ke puncak lampu sorot kiri
- OC = selisih tinggi lampu sorot dengan tinggi mata Adit
- OD = tinggi mata Adit
- $\angle QOB$  = sudut antara OB terhadap arah timur (diukur berlawanan arah jarum jam)
- $\angle QOF$  = sudut antara OF terhadap arah timur (diukur berlawanan arah jarum jam)
- OQ = jarak mendatar Adit terhadap lampu sorot kanan
- OP = jarak mendatar Adit terhadap lampu sorot kiri
- EF = AB = tinggi lampu sorot

## a. Jarak mendatar Adit terhadap masing-masing tiang lampu sorot

2 Misalkan jarak mendatar Adit terhadap lampu sorot kanan adalah x. Karena sudut yang terbentuk terhadap arah timur (diukur berlawanan arah jarum jam) adalah  $45^\circ$  berada di **kuadran I** ( $0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ ) maka menggunakan perbandingan *sisi depan* dan *sisi samping* yaitu perbandingan **tangen**, diperoleh:

$$|\tan \alpha| = \frac{\text{depan}}{\text{samping}}$$

karena jarak selalu positif maka menggunakan nilai mutlak

$$|\tan 45^\circ| = \frac{1.4}{x}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1.4}{x}$$

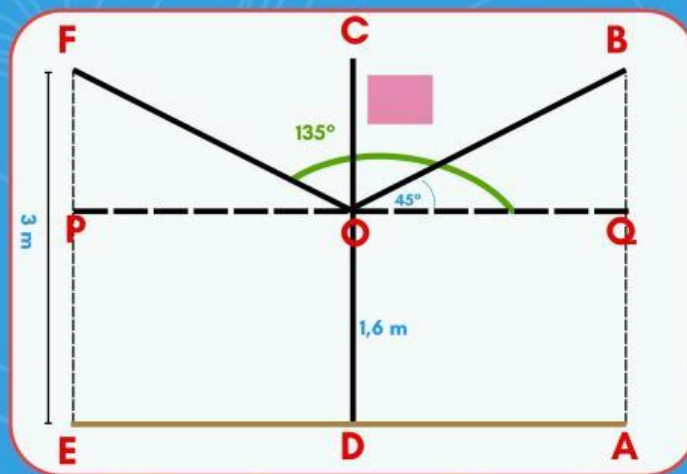
$$1 \cdot x = 1.4$$

$$x = 1.4$$

**DRAG & DROP**

|                 |                 |                 |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| $\frac{1.4}{x}$ | $\frac{de}{sa}$ | $\frac{1.4}{x}$ |
| 1               | 1.4             | x               |

Jadi, jarak mendatar Adit terhadap lampu sorot kanan adalah: **1.4** meter



3

Misalkan jarak mendatar Adit terhadap lampu sorot kiri adalah  $y$ . Karena sudut yang terbentuk terhadap arah kiri (berlawanan arah jarum jam) adalah  $135^\circ$  berada di **kuadran II** ( $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ ) maka menggunakan perbandingan *sisi depan* dan *sisi samping* yaitu perbandingan **tangen**, diperoleh:

$$|\tan \alpha| = \text{[box]}$$

karena jarak selalu positif maka menggunakan nilai mutlak

$$|\tan 135^\circ| = \text{[box]}$$

menggunakan sudut acuan yaitu  $\tan 45^\circ$  maka dengan konsep sudut relasi di **Kuadran II, diperoleh:**

$$\tan 135^\circ = \tan (180^\circ - 45^\circ)$$

$$\tan 135^\circ = \text{[box]}$$

$$\tan 135^\circ = \text{[box]}$$

Dengan demikian,

$$\text{[box]} = \text{[box]}$$

$$\text{[box]} = \text{[box]}$$

Jadi, jarak mendatar Adit terhadap lampu sorot kiri adalah: **[box]** meter

**DRAG & DROP**

|                  |                 |                 |
|------------------|-----------------|-----------------|
| $ -1 $           | $\frac{de}{sa}$ | $\frac{1,4}{y}$ |
| 1,4              | $\frac{1,4}{y}$ | $y$             |
| $-\tan 45^\circ$ | $-1$            |                 |

**b. Bandingkan jarak mendatar Adit terhadap masing-masing lampu sorot**

4

Berdasarkan hasil yang kamu peroleh, berapa jarak mendatar Adit terhadap lampu sorot kanan?

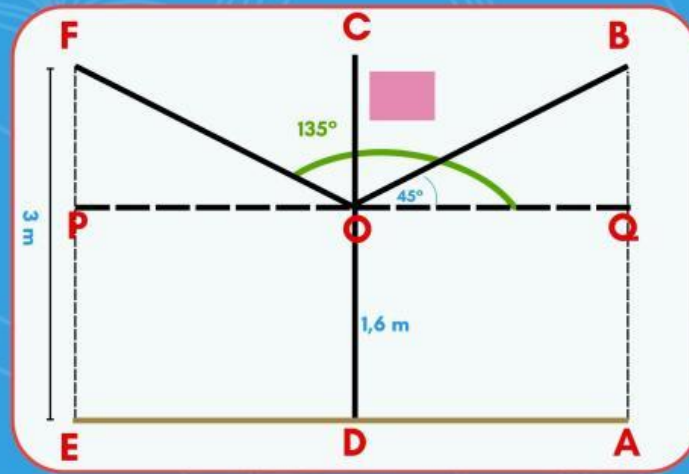
**[box]** 1,4 meter    **[box]** 1,5 meter    **[box]** 1,6 meter

Berdasarkan hasil yang kamu peroleh, berapa jarak mendatar Adit terhadap lampu sorot kiri?

**[box]** 1,4 meter    **[box]** 1,5 meter    **[box]** 1,6 meter

Berdasarkan hasil tersebut, bagaimana jarak mendatar Adit terhadap masing-masing lampu sorot?

**[box]** Sama    **[box]** Berbeda    **[box]** Tidak dapat disimpulkan



### c. Berikan tanda (✓) pada pernyataan yang tepat

5

Berdasarkan kegiatan penyelesaian masalah yang kamu lakukan, coba pikirkan apa yang bisa kamu simpulkan?

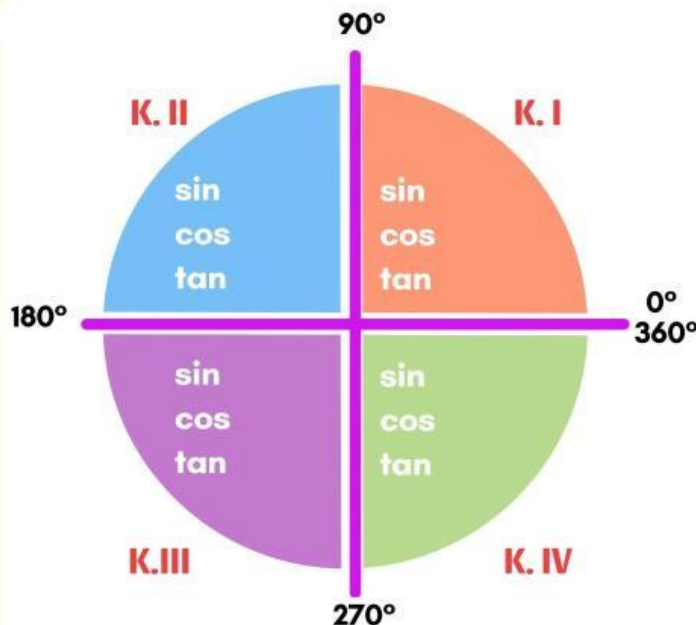
- ☐ Posisi Adit berada tepat di tengah antara dua lampu sorot, sehingga jarak mendatar ke kanan dan kiri sama.
- ☐ Sudut pandang  $45^\circ$  dan  $135^\circ$  memiliki besar kemiringan yang sama, hanya tanda arahnya yang berbeda
- ☐ Segitiga siku-siku di sisi kanan dan kiri Adit kongruen jika tinggi kedua lampu sorot sama
- ☐ Perbedaan tinggi lampu sorot dengan mata Adit tidak mengubah jarak mendatar yang simetris
- ☐ Arah pandang  $45^\circ$  dan  $135^\circ$  berarti lampu sorot berada pada garis lurus yang sama dengan posisi Adit
- ☐ Tanda negatif pada perhitungan sudut hanya menunjukkan arah pandangan, bukan perbedaan besar kemiringan



# AYO MEREFLAKSI



Dari proses pemecahan masalah tersebut, tuliskan apa yang bisa kamu simpulkan terkait materi perbandingan trigonometri sudut berelasi di berbagai kuadran.



## KUADRAN I

$$\sin (90^{\circ} - \alpha) =$$

$$\cos (90^{\circ} - \alpha) =$$

$$\tan (90^{\circ} - \alpha) =$$

## KUADRAN II

$$\sin (90^{\circ} + \alpha) =$$

$$\cos (90^{\circ} + \alpha) =$$

$$\tan (90^{\circ} + \alpha) =$$

$$\sin (180^{\circ} - \alpha) =$$

$$\cos (180^{\circ} - \alpha) =$$

$$\tan (180^{\circ} - \alpha) =$$

## KUADRAN III

$$\sin (180^{\circ} + \alpha) =$$

$$\cos (180^{\circ} + \alpha) =$$

$$\tan (180^{\circ} + \alpha) =$$

$$\sin (270^{\circ} - \alpha) =$$

$$\cos (270^{\circ} - \alpha) =$$

$$\tan (270^{\circ} - \alpha) =$$

## KUADRAN IV

$$\sin (270^{\circ} + \alpha) =$$

$$\cos (270^{\circ} + \alpha) =$$

$$\tan (270^{\circ} + \alpha) =$$

$$\sin (360^{\circ} - \alpha) =$$

$$\cos (360^{\circ} - \alpha) =$$

$$\tan (360^{\circ} - \alpha) =$$



## AYO BERLATIH



1



Di sebuah taman kota, dua kamera CCTV dipasang di tiang identik setinggi 4 meter, satu di sisi kanan dan satu di sisi kiri jalan setapak. Seorang petugas keamanan berdiri di titik tengah antara kedua tiang tersebut dengan tinggi mata 1,8 meter.

- Saat menoleh ke kanan, garis pandang petugas ke kamera membentuk sudut  $30^\circ$  terhadap arah timur (berlawanan arah jarum jam).
- Saat menoleh ke kiri, garis pandang ke kamera membentuk sudut  $150^\circ$  terhadap arah timur.

Berapakah jarak mendatar petugas ke masing-masing tiang CCTV?

2



Seorang penjaga mercusuar berdiri di puncak mercusuar setinggi 20 m. Ia melihat dua kapal yang jaraknya sama dari kaki mercusuar, yaitu 40 m. Satu kapal terlihat ke arah barat daya dengan arah pandang  $210^\circ$  (diukur dari arah timur berlawanan arah jarum jam), sedangkan kapal lain terlihat ke arah tenggara dengan arah pandang  $330^\circ$ . Berdasarkan permasalahan tersebut, tentukan seberapa jauh posisi horizontal masing-masing kapal dari kaki mercusuar dan nyatakan juga arah (kiri/kanan)?

UPLOAD  
JAWABAN

