



# LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

# **LKPD** MATEMATIKA



## INTEGRAL

KELAS XI SMA/SMK

**NAMA :**

**KELAS :**

Disusun oleh  
**Ina Noviani**

# KATA PENGANTAR

Halo, Sobat Matematika !

Selamat datang di LKPD interaktif ini. LKPD ini dikembangkan sebagai bagian dari penelitian saya yang berjudul: "Pengembangan LKPD Berbasis Liveworksheets untuk Optimalisasi Integrative Thinking Skill," yang saya susun dalam rangka penyusunan skripsi di bawah bimbingan Ibu Dr. Rina Oktaviyanthi, M.Pd.

Materi yang dibahas dalam LKPD ini adalah Integral untuk siswa kelas XI SMA, dan dirancang khusus untuk membantu kalian tidak hanya memahami konsep matematika, tetapi juga berpikir secara integratif.

Melalui kegiatan belajar ini, kalian akan diajak untuk:

1. Memahami konsep dasar integral
2. Menerapkan rumus dasar dengan tepat
3. Membedakan jenis-jenis integral
4. Menggunakan metode penyelesaian sesuai bentuk soal
5. Mengembangkan dan mengevaluasi strategi dalam menyelesaikan soal

Semoga LKPD ini bisa membantu kalian belajar dengan cara yang lebih menyenangkan, aktif, dan bermakna.

Selamat mengerjakan, semangat untuk menjadi Master Integral! :)

Salam Hangat

Ina Noviani







## KOMPETENSI INTI



Siswa memahami dan menerapkan konsep integral sebagai bagian dari kemampuan berpikir matematis, serta menunjukkan sikap jujur, disiplin, dan percaya diri dalam menyelesaikan soal secara mandiri dan bertanggung jawab.

## KOMPETENSI DASAR



Menganalisis konsep integral sebagai kebalikan dari turunan dan menghitung integral tak tentu dan tentu dari fungsi aljabar dan trigonometri.

Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan integral tak tentu dan tentu dari fungsi aljabar dan trigonometri menggunakan berbagai metode.



## **TUJUAN PEMBELAJARAN**

Memahami dan menguasai konsep dasar serta metode integral (tak tentu, tentu, substitusi, dan parsial).

Menerapkan strategi penyelesaian soal integral secara terstruktur dan melatih integrative thinking skill.

## **INDIKATOR PENCAPAIAN PEMBELAJARAN**

Siswa dapat memahami konsep dasar integral sebagai kebalikan dari turunan.

Siswa dapat menggunakan rumus integral dasar untuk menyelesaikan soal.

Siswa dapat mengenali dan membedakan bentuk integral tentu dan tak tentu.

Siswa dapat memilih dan menerapkan metode yang sesuai, seperti substitusi atau parsial.

Siswa dapat menyesuaikan hasil penyelesaian integral dengan bentuk fungsi asalnya.

## INDIKATOR INTEGRATIVE THINKING SKILL



**Memahami masalah integral secara intuisi, seperti mengenali bentuk fungsi dan konsep anti turunan.**



**Menganalogikan masalah integral menjadi bentuk lain yang lebih sederhana atau mirip berdasarkan pengalaman.**



**Mengembangkan strategi penyelesaian integral berdasarkan bentuk fungsi dan pola soal.**



**Menyelesaikan soal integral dengan langkah sistematis dan metode yang tepat.**

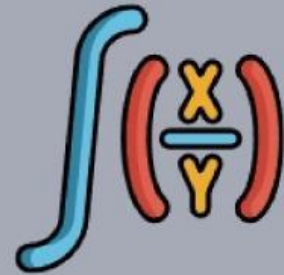


**Mengevaluasi hasil penyelesaian integral dengan menurunkan kembali atau menganalisis kesesuaian jawaban.**





# DAFTAR ISI



<b>A</b>	<b>Konsep Integral</b>	
	Kegiatan 1	→ 1
	Latihan 1	→ 5
<b>B</b>	<b>Rumus Dasar Integral</b>	
	Kegiatan 2	→ 7
	Latihan 2	→ 9
<b>C</b>	<b>Jenis-Jenis Integral</b>	
	Kegiatan 3	→ 11
	Latihan 3	→ 14
<b>D</b>	<b>Metode Penyelesaian Integral</b>	
	Kegiatan 4	→ 17
	Latihan 4	→ 21

# MATERI 1

## KONSEP INTEGRAL





## KEGIATAN 1

### AYO PAHAMI INTI KONSEP INTEGRAL!



Pernahkah kamu bertanya-tanya, kalau turunan itu menurunkan fungsi, apa kebalikannya? Nah, integral adalah proses kebalikan dari turunan. Dengan melihat beberapa contoh fungsi dasar yang sudah kamu kenal, kamu akan lebih mudah memahami konsep ini secara alami. Yuk, kita pelajari bagaimana integral bekerja dan apa hubungannya dengan turunan!

**Integral** disebut juga **anti turunan**, yaitu proses mencari fungsi asal dari suatu turunan.

Contohnya seperti ini :

misalnya ada fungsi  $f(x) = x^3$

Kita turunkan pangkatnya satu angka dan kalikan koefisiennya, jawabannya adalah :  $f'(x) = 3x^2$

Jadi turunan dari  $x^3$  adalah  $3x^2$

Nah, sekarang coba kita balik menjadi :

$$\int 3x^2 dx = x^3 + C$$

Artinya, integral "membangun kembali" fungsi sebelum diturunkan.

### BANDINGKAN PASANGAN INI !

Fungsi Awal	Turunan	Integral dari Turunan
$x^2$	$2x$	$\int 2x dx = x^2 + C$
$x^4$	$4x^3$	$\int 4x^3 dx = x^4 + C$





## KEGIATAN 1



### YUK ANALOGIKAN TURUNAN DAN INTEGRAL !



Kalau kamu sudah tahu cara mencari turunan suatu fungsi, berarti kamu punya bekal kuat untuk memahami integral.

**Coba bayangkan seperti ini: turunan itu seperti memecah sesuatu, sedangkan integral menyusunnya kembali.**

Sekarang saatnya kamu menganalogikan antara bentuk turunan dan integral.

**Dengan melihat pola-pola yang familiar, kamu bisa mengenali hubungan dua proses ini dan menebak bentuk fungsi asalnya!**

**Jika turunan memecah suatu fungsi menjadi bagian-bagian kecil (misalnya, dari  $x^3$  menjadi  $3x^2$ ), maka integral mencoba merangkainya kembali (dari  $3x^2$  menjadi  $x^3 + C$ )**

### BONGKAR POLA, SUSUN STRATEGI!



Pernah menurunkan fungsi polinomial? Ok, sekarang saatnya membalik proses itu ! Yuk, kita kembangkan strategi sendiri untuk menyelesaikan integral tak tentu dari fungsi polinomial.

#### Langkah-langkah mengembangkan strategi :

1. **Kenali bentuk fungsi** yang ingin diintegrasikan.
2. **Ingat kembali turunan dari bentuk fungsi serupa.**
3. Terapkan rumus umum integral tak tentu :
4. Ulangi langkah di atas untuk setiap suku dalam fungsi.
5. **Periksa hasilmu secara keseluruhan.** Apakah sudah sesuai dengan kebalikan proses turunan?



## KEGIATAN 1



### KENALAN YUK SAMA NOTASI INTEGRAL!

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

simbol integral      fungsi yang akan diintegrasikan      konstanta integrasi (untuk integral tak tentu)

### AYO LATIH KEMAMPUANMU MENYELESAIKAN INTEGRAL!



Integral adalah proses kebalikan dari turunan. Di materi ini, kamu akan belajar menuliskan bentuk notasi integral dan menyelesaikan soal- dengan cara menemukan anti turunan dari suatu fungsi.

#### RUMUS UMUM

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \text{ (selama } \rightarrow n \neq -1)$$

#### Langkah-langkah praktis :

1. Naikkan pangkatnya satu angka
2. Bagi koefisien dengan pangkat baru
3. Jangan lupa tambahkan +C (konstanta integrasi)

#### Yuk, coba kita selesaikan

$$\int 10x^4 dx = ?$$

Penyelesaian :

1. Pangkat 4 menjadi 5
2. Bagi koefisien 10 dengan pangkat baru yaitu  $5 = 2$
3. Maka hasilnya adalah  $\int 10x^4 dx = 2x^5 + C$





## KEGIATAN 1



### AYO LATIH KEMAMPUANMU MENYELESAIKAN INTEGRAL!

Setelah menyelesaikan soal integral, penting untuk memeriksa kembali kebenarannya. Salah satu cara mudah adalah dengan menurunkan hasil integral dan mencocokkannya dengan fungsi asal. Di materi ini, kamu akan belajar bagaimana mengevaluasi hasil penyelesaian integral agar tidak salah langkah!

**Misalkan :**

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

**Integral** disebut juga **anti turunan**, yaitu proses mencari fungsi asal dari suatu turunan.

Maka untuk menguji kebenaran hasil integral, kita **turunkan**  $F(x) + C$  dan hasilnya **harus kembali ke  $f(x)$** .

**Contoh :**

$$\int 6x^2 dx = 2x^3 + C$$

**Uji hasilnya dengan turunan balik :**

$$\frac{d}{dx}(2x^3 + C) = 6x^2$$

**Sama dengan fungsi awal : berarti benar !**

# LATIHAN 1



- 1** Yuk, uji intuisi matematikamu!  
Cermati bentuk fungsi berikut dan pasangkan hasil turunan dengan integralnya.  
Ingat, integral itu kebalikan dari turunan. Jadi kenali polanya dan temukan pasangannya yang paling tepat!

$6x$	●	●	$\frac{5}{3}x^3 + C$
$4x^3$	●	●	$x^4 + C$
$2$	●	●	$3x^2 + C$
$5x^2$	●	●	$2x + C$



- 2** Coba bayangkan proses turunan dan integral seperti dua arah perjalanan: turunan itu maju, integral itu mundur.

Dalam soal ini, kalian akan membandingkan fungsi, hasil turunannya, dan hasil integralnya, lalu menganalogikan hubungan di antaranya.

Pahami polanya. jika kamu tahu satu arah, kamu bisa menebak arah sebaliknya!

Diketahui fungsi



Manakah dari pernyataan berikut yang paling tepat menggambarkan hubungan analogis antara turunan dan integral terhadap fungsi tersebut?

- A. Jika diturunkan hasilnya  $3x$ , dan jika diintegalkan hasilnya  $x^3 + C$
- B. Jika diturunkan hasilnya  $6x$ , dan jika diintegalkan kembali ke  $3x^2 + C$
- C. Jika diturunkan hasilnya  $6x$ , dan jika diintegalkan hasilnya  $x^3 + C$
- D. Jika diturunkan hasilnya  $3x^2$ , dan jika diintegalkan hasilnya tetap  $3x^2$



# LATIHAN 1



- 3** Ingat kembali saat kalian menurunkan fungsi seperti , hasilnya menjadi  $2x$ . Nah, sekarang kita balik prosesnya!

Jika diketahui  $f'(x) = 10x$ , bagaimana strategi kamu untuk menemukan fungsi asalnya melalui konsep integral?

Lengkapilah langkah-langkah berikut ini berdasarkan pengalaman kamu menurunkan fungsi:

$$\int 10x = \frac{10}{\dots + \dots} x^{\dots + \dots} + \dots = \frac{10}{\dots} x^{\dots} + C = \dots x^{\dots} + \dots$$

- 4** Setelah memahami bahwa integral adalah proses kebalikan dari turunan, sekarang saatnya kamu **menuliskan bentuk notasi integral** dengan tepat dan **menyelesaikannya menggunakan konsep anti turunan**.

Tunjukkan bahwa kamu bisa menyelesaikan soal integral dari awal hingga akhir!

$$\int (6x^2 - 4x + 3) dx = \dots$$



A.  $2x^3 - 2x^2 + 3x + C$

C.  $2x^3 - 4x^2 + 3x + C$

B.  $3x^2 - 2x + 3 + C$

D.  $2x^3 - 2x^2 + 3 + C$

- 5** Sudah bisa menghitung integral? Sekarang, saatnya kamu mengoreksi hasilnya!

Yuk, buktikan kemampuan evaluatifmu dengan soal berikut!

**Diketahui :**

$$\int f(x) dx = x^4 - 2x^3 + 5x + C$$



**Apakah benar**  $f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 5$ ?

**Lakukan proses penurunan dan simpulkan jawabanmu!**