

MATERI 3

JENIS - JENIS INTEGRAL





KEGIATAN 3

AYO KENALI JENIS-JENIS INTEGRAL !



Pernahkah kalian melihat simbol integral yang memiliki batas atas dan bawah, atau yang tidak memiliki batas sama sekali? Nah, di sinilah pentingnya mengenali jenis-jenis integral. Dengan memperhatikan notasinya saja, kalian sebenarnya sudah bisa menebak apakah itu integral tentu atau tak tentu. Yuk, kita pahami perbedaannya secara sederhana!

Integral tak tentu

→ Notasi: $\int f(x)dx$

→ Ciri khas: tidak memiliki batas atas dan bawah.

→ Hasil: mengandung konstanta +C

→ Contoh: $\int 6x dx = \frac{6}{2+1} x^{2+1} + C = \frac{6}{3} x^3 + C = 3x^2 + C$

Integral tentu

→ Notasi: $\int_a^b f(x) dx$

→ Ciri khas: memiliki batas atas a dan bawah b.

→ Hasil: berupa nilai numerik (angka).

→ Contoh: $\int_0^2 2x dx = [x^2]_0^2 = 4 - 0 = 4$

KOK BISA DUA FUNGSI PUNYA TURUNAN SAMA? DI SINILAH INTEGRAL +C BERPERAN !

Saat belajar turunan, kalian mungkin ingat bahwa beberapa fungsi berbeda bisa punya turunan yang sama.

Misalnya, $x^2 + 1$ dan $x^2 - 5$ sama-sama punya turunan $2x$.

Jadi, kalau kita ingin mencari fungsi asal dari $2x$ menggunakan integral, kita tidak bisa langsung tahu bentuk pastinya.

Karena itu, kita tambahkan konstanta +C di akhir hasil integral untuk mewakili semua kemungkinan fungsi asal.

Dengan mengaitkan pengalaman kita saat mempelajari turunan, kita bisa memahami bahwa integral tak tentu menyimpan banyak kemungkinan bentuk fungsi.



KEGIATAN 3

LANGKAH PENYELESAIAN INTEGRAL TENTU



Jika kamu sudah bisa menghitung integral tak tentu, maka kamu sebenarnya sudah punya bekal kuat untuk menyelesaikan integral tentu. Perbedaannya hanya satu: kita tambahkan batas bawah dan batas atas.

Strategi yang bisa kamu gunakan adalah :

- Hitung hasil integral tak tentu terlebih dahulu
- Substitusikan nilai batas atas dan bawah
- Sederhanakan hasilnya

Contoh :

$$\int_1^2 x \, dx = \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_1^2 = \frac{1}{2} (4) - \frac{1}{2} (1) = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

SAATNYA LATIH KEMAMPUANMU MENGHITUNG INTEGRAL DENGAN STRATEGI CERDAS !

Beberapa soal integral bisa diselesaikan lebih mudah kalau kamu tahu sifat-sifat dasarnya, seperti memisahkan, mengalikan konstanta, atau menjumlahkan. Yuk, pelajari bagaimana sifat-sifat ini bisa membantumu menyelesaikan integral tentu dan tak tentu dengan lebih praktis!



Sifat-sifat Integral

1. Sifat Permisahan

$$\int (f(x) + g(x)) \, dx = \int f(x) \, dx + \int g(x) \, dx$$

2. Sifat Konstanta

$$\int a \cdot f(x) \, dx = a \cdot \int f(x) \, dx$$

3. Sifat integral tentu

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) \, dx = \int_a^b f(x) \, dx + \int_a^b g(x) \, dx$$



KEGIATAN 3



APAKAH KAMU YAKIN JAWABAN INTEGRALMU SUDAH BENAR ?

Dalam menyelesaikan soal integral, penting bagi kita untuk tidak hanya fokus pada hasil akhirnya, tetapi juga mengevaluasi langkah-langkah penyelesaian. Dengan menata proses penyelesaian secara sistematis, kamu bisa menghindari kesalahan dan memastikan jawaban yang diperoleh benar. Yuk, kita pelajari bagaimana cara mengevaluasi penyelesaian integral tentu dan tak tentu dengan benar !

Catatan Evaluatif :

- Apakah rumus integral sudah digunakan dengan tepat?
- Apakah batas atas dan bawah sudah diterapkan sesuai urutan?
- Apakah konstanta C dibutuhkan (jika integral tak tentu)?
- Apakah prosesnya lengkap dan tidak ada langkah yang terlewat?

LATIHAN 3



1



Yuk, uji intuisi matematikamu!

Dari simbol dan bentuk hasilnya saja, kalian sebenarnya bisa "menebak" apakah suatu integral termasuk integral tentu atau integral tak tentu. Sekarang, **seret masing-masing bentuk integral** berikut ke kolom yang sesuai berdasarkan **notasi dan makna hasilnya**.

Bentuk Integral	Integral Tak Tentu	Integral Tentu
$\int x^2 dx$		
$\int_1^3 5x^3 dx$		
$\int \sin 6x dx$		
$\int_2^\pi \cos x dx$		

2

Saat mempelajari turunan, kalian tahu bahwa beberapa fungsi berbeda bisa punya turunan yang sama. Nah, sekarang kita lihat apakah hal serupa berlaku saat membahas integral.



Pernyataan :

Integral tak tentu selalu menghasilkan angka, sedangkan integral tentu selalu menghasilkan fungsi



Tandai benar atau salah, mengapa ?

Penjelasan :

LATIHAN 3



3

Gunakan strategi berpikir terstruktur untuk menyelesaikan integral tentu !



Ingin bahwa menyelesaikan integral tentu bukan hanya menghitung, tapi juga memerlukan pemahaman terhadap langkah-langkah sistematis

Hitung $\int_1^3 (2x + 1) dx$

Langkah berikut disusun acak. Urutkan dengan benar !

1 Substitusi batas bawah : $F(1) = 1 + 1 = 2$

2 Hitung selisih : $F(3) - F(1) = 12 - 2 = 10$

3 Hitung hasil integral tak tentu : $\int (2x + 1) dx = x^2 + x + C$

4 Substitusi batas atas : $F(3) = 9 + 3 = 12$

4

Saat fungsi terdiri dari beberapa suku, kamu bisa menyelesaikan integralnya lebih mudah dengan memanfaatkan sifat-sifat integral, seperti pemisahan dan linearitas. Ayo kerjakan !



$$\int (4x^3 + 2x) dx$$

Langkah 1 :

$$\int 4x^3 dx = \underline{\hspace{10em}}$$

Langkah 2 :

$$\int 2x dx = \underline{\hspace{10em}}$$

Langkah 3 :

Gabungkan dan tambahkan C

15

LATIHAN 3



5

Sudahkah kamu menyelesaikan soal integral dengan langkah yang runtut dan hasil yang tepat? Yuk, kita uji kemampuanmu mengevaluasi proses penyelesaian integral berikut. Perhatikan langkah-langkah yang diberikan, lalu tentukan apakah sudah sistematis dan benar!

Perhatikan penyelesaian soal berikut ini :



$$\int_1^3 (2x + 1)dx = [x^2 + x]_1^3 \\ = (9 + 3) - (1 + 1) = 12 - 2 = 10$$

Apakah penyelesaian di atas sudah benar dan sistematis ?



Jika benar, jelaskan alasannya.



Jika salah, perbaiki dan jelaskan letak kesalahannya !