Bahan Ajar

Eksponen – Bagian 1

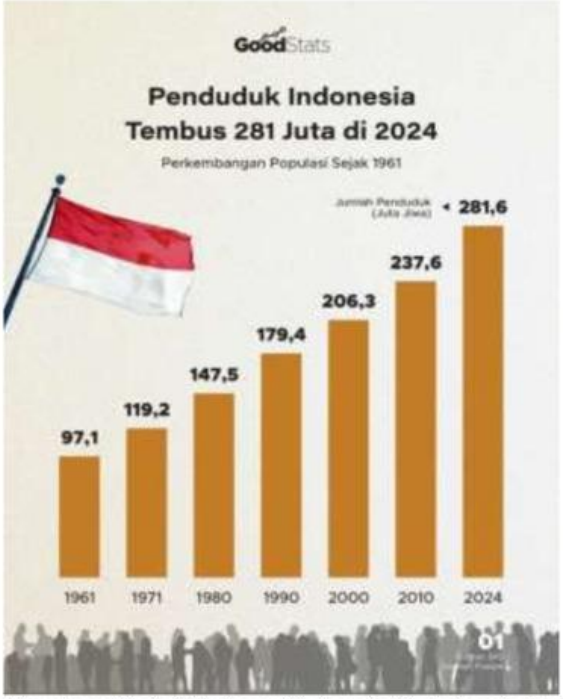
Peserta didik dapat menggeneralisasi sifat sifat bilangan berpangkat (termasuk bilangan pangkat pecahan). Mereka dapat menerapkan barisan dan deret aritmetika dan geometri, termasuk masalah yang terkait bunga tunggal dan bunga majemuk

Support Classroom with Technology

LIVEWORKSHEETS

PERTUMBUHAN PENDUDUK

Kalian tahu, jumlah penduduk Indonesia saat ini sudah mencapai lebih dari 270 juta jiwa. Bayangkan, itu adalah angka yang sangat besar! Dan tahukah kalian bahwa angka ini terus bertambah? Setiap tahun, setiap bulan, bahkan setiap hari, jumlah penduduk Indonesia semakin banyak. Fenomena ini, yang kita sebut pertumbuhan penduduk, adalah contoh nyata bagaimana **konsep pangkat (eksponen)** bekerja dalam dunia nyata.



Sumber: https://goodstats.id/infographic/penduduk-indonesia-tembus-281-juta-di-2024-ggjxg

Coba kita pikirkan sejenak. Pada tahun 1950-an, jumlah penduduk Indonesia masih sekitar 80 juta jiwa. Lalu di tahun 1970-an menjadi sekitar 120 juta. Kemudian di awal tahun 2000-an mencapai 200 juta. Dan sekarang, seperti yang saya sebutkan tadi, sudah lebih dari 270 juta jiwa. Apa yang bisa kita simpulkan dari angka-angka ini?

Kita bisa melihat bahwa pertumbuhannya tidak bersifat linear, bukan hanya bertambah sekian juta setiap tahun. Melainkan, ada semacam **percepatan**. Semakin besar jumlah penduduknya, semakin cepat pula pertambahannya. Inilah yang kita seistilahkan sebagai **pertumbuhan eksponensial**.

Bayangkan jika setiap pasangan usia subur memiliki dua, tiga, atau bahkan lebih banyak anak. Setiap generasi yang lahir akan menghasilkan generasi berikutnya. Jika ini terus berlanjut tanpa ada faktor pengontrol, maka jumlah penduduk akan melesat sangat cepat, seperti kurva grafik fungsi eksponensial yang terus menanjak tajam.

LIVEWORKSHEETS

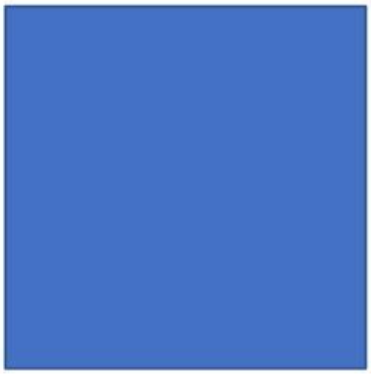
PENERAPAN KONSEP EKSPONEN UNTUK PENGUKURAN SATUAN DALAM KEHIDUPAN SEHARI-HARI

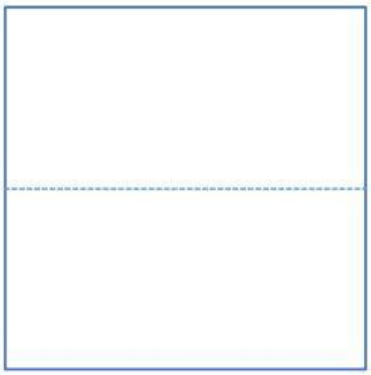
Penerapan Bilangan Berpangkat dalam Kehidupan Sehari-hari

Pendahuluan

Apa itu bilangan berpangkat? Coba sebutkan contoh bilangan berpangkat yang kamu ketahui? Menurutmu, apakah bilangan berpangkat dapat digunakan dalam kehidupan sehari-hari? Coba diskusikan dengan teman di sebelahmu!

Untuk lebih memahami bilangan berpangkat, coba lakukan kegiatan berikut. Persiapkan selembar kertas berbentuk persegi.





Lipatlah kertas tersebut satu kali secara vertikal atau horizontal seperti contoh di atas. Lakukan kegiatan tersebut berulang-ulang, kemudian lengkapi tabel di bawah ini.

Jumlah Lipatan	Jumlah Bagian Kertas	Pola Perkalian
1		
2		
3		
4		
5		

Apakah kamu menemukan suatu pola dari hasil lipatan kertas tersebut? Tuliskan pola yang kamu temukan. Kemudian coba kamu tentukan jumlah bagian kertas yang diperoleh jika dilakukan 10 lipatan?

LIVEWORKSHEETS

Apa yang dapat kamu simpulkan dari kegiatan di atas?

Aktivitas 1 Konsep Dasar Bilangan Berpangkat

Tentukanlah nilai dari operasi perkalian bilangan di bawah ini.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = \cdots.$
2. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = \cdots.$
3. $3 \times 3 = 3^{\cdots} = \cdots.$
4. $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^{\cdots} = \cdots.$
5. $4 \times 4 = 4^{\cdots} = \cdots.$
6. $4 \times 4 \times 4 = 4^{\cdots} = \cdots.$

Bilangan-bilangan di atas merupakan contoh dari bilangan berpangkat atau disebut juga eksponen yang didefinisikan sebagai berikut

Jika $\boldsymbol{a}$ adalah bilangan real dan $\boldsymbol{n}$ adalah bilangan bulat positif, maka $\boldsymbol{a^n}$ menyatakan hasil kali bilangan $\boldsymbol{a}$ sebanyak $\boldsymbol{n}$ faktor dan ditulis dengan

$$\boldsymbol{a^n} = \underbrace{\times a \times a \times \ldots \times a}_{\boldsymbol{n}\ \textbf{faktor}}$$

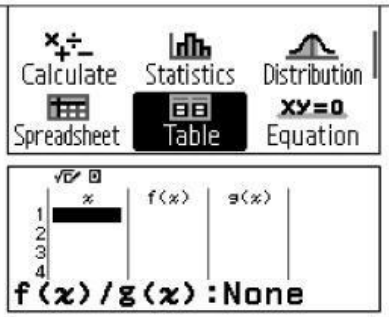
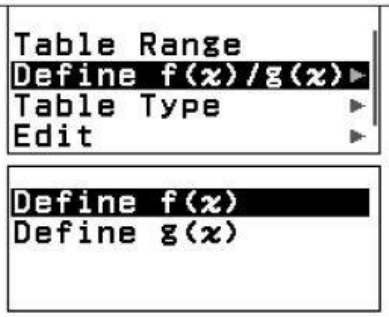
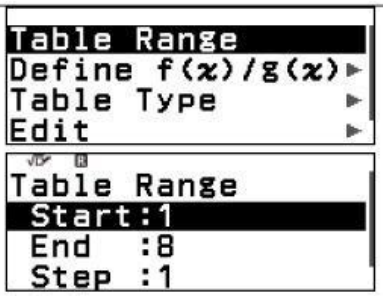
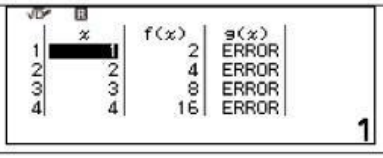
Pada notasi $\boldsymbol{a^n}$ tersebut, $\boldsymbol{a}$ disebut sebagai **bilangan pokok** atau **basis** dan $\boldsymbol{n}$ disebut **pangkat** atau **indeks**. Notasi $\boldsymbol{a^n}$ dibaca **" $\boldsymbol{a}$ pangkat $\boldsymbol{n}$ "** atau **"pangkat $\boldsymbol{n}$ dari $\boldsymbol{a}$ "**, misalkan $\mathbf{2^3}$ dibaca "dua pangkat tiga" dengan 2 adalah bilangan pokoknya dan 3 adalah pangkatnya.

Dengan memperhatikan beberapa bilangan berpangkat di atas, dapatkah kamu menuliskan bentuk perkalian untuk 2^x?

LIVEWORKSHEETS

Diberikan $f(x) = 2^x$ dan $g(x) = 3^x$. Dengan menggunakan menu Table, selidikilah nilai $f(x)$ dan $g(x)$ untuk bilangan bulat x pada rentang $1 \leq x \leq 8$.

Untuk menggunakan menu Table, lakukan langkah-langkah dibawah ini.

1.	Tekan tombol home (W). Arahkan kursor untuk memilih menu Table kemudian tekan tombol OK (▌).	
2.	Untuk memasukkan fungsi $f(x)$ dan $g(x)$ tekan TOOLS (▮) dan pilih DEFINE $f(x)/g(x)$.	
3.	Masukkan nilai $f(x)$ dan $g(x)$ yang diinginkan sesuai pertanyaan kemudian tekan tombol OK (▌). Misalkan untuk fungsi kuadrat $f(x) = 2^x$ sebagai berikut.	
4.	Tekan TOOLS (▮) dan pilih Table Range. Kemudian masukkan nilai awal (*Start*), nilai akhir (*End*), serta rentang antar nilai (*Step*). Pilih Execute kemudian ▌.	
5.	Kalkulator akan menampilkan hasil sebagai berikut.	

Bagaimana hasil yang kamu dapatkan? Apakah hasil kedua fungsi tersebut sesuai dengan definisi bilangan berpangkat?

LIVEWORKSHEETS

Setelah melakukan aktivitas ini, dapatkah kamu menuliskan pengertian dari a^x?

LIVEWORKSHEETS

AKTIVITAS 2 SATUAN DALAM KEHIDUPAN SEHARI-HARI

Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering melakukan pengukuran. Misalnya mengukur panjang meja, panjang kain, dll. Pengukuran adalah penentuan besaran, dimensi atau kapasitas suatu benda. Besaran adalah sesuatu yang dapat ditentuan atau diukur dan hasil pengukurannya dinyatakan dengan satuan. Satuan adalah sesuatu yang digunakan sebagai pembanding dalam pengukuran. Ketika mengukur dengan penggaris, kita mengenal satuan cm. Ketika mengukur dengan meteran teknik, kita mengenal satuan m. Kedua satuan tersebut, merupakan besaran yang didapatkan dari pengukuran dan merupakan satuan panjang.

Gambar 3 Penggaris
Sumber: www.google.com

Gambar 4 Meteran Teknik
Sumber: www.google.com

Kita juga mengenal dua kelompok besaran, yaitu besaran pokok dan besaran turunan. Besaran pokok merupakan besaran dasar yang satuannya sudah ditetapkan. Besaran turunan merupakan besaran yang satuannya tersusun dari beberapa satuan besaran pokok. Berikut adalah tabel besaran pokok dengan Satuan Internasional. Carilah informasi dari berbagai sumber untuk melengkapi tabel di bawah ini.

No.	Nama	Lambang Besaran	Satuan SI
1	Panjang		
2	Massa		
3	Waktu		
4	Kuat arus listrik		
5	Suhu mutlak		
6	Intensitas cahaya		
7	Jumlah zat		

LIVEWORKSHEETS

Berdasarkan penjelasan di atas, kita dapat melihat bahwa terdapat perbedaan satuan. Oleh sebab itu, kita perlu mempelajari konversi antar satuan. Berikut konversi umum yang sering digunakan. Coba nyatakan nilai konversi tersebut dalam bentuk eksponen.

Besaran	Nilai Konversi	Bentuk Eksponen
Panjang	1 cm = 10 mm 1 m = 100 cm 1 km = 1000 m	1 cm = 10 mm 1 m = 10^2 cm 1 km = 10^3 m
Luas	1 m^2 = 10 000 cm^2 1 km^2 = 1 000 000 m^2	...
Volume	1 m^3 = 1 000 000 cm^3 1 km^3 = 1 000 000 000 m^3 1 liter = 1000 ml = 1000 cm^3	...
Massa	1 g = 1000 mg 1 kg = 1000 g 1 ton = 1000 kg	...
Waktu	1 jam = 60 menit 1 menit = 60 detik	...

Perhatikan ilustrasi di bawah ini.

Gambar 5 Lampu
Sumber: www.google.com

Gambar 6 Nota Pembelian Token Listrik

Berdasarkan ilustrasi di atas, kita dapat melihat bahwa daya listrik dari lampu dinyatakan dalam satuan Watt (W). Sementara ketika membeli token listrik, satuan daya listrik yang digunakan adalah kilowatt hour (kWh). Satuan kWh digunakan untuk menghitung energi listrik yang digunakan beserta biaya yang harus dikeluarkan. Jika kita ingin memprediksi penggunaan listrik di tempat tinggal kita, maka kita perlu mengetahui jumlah pemakaian daya listrik dan cara menghitung daya ke dalam satuan kWh.

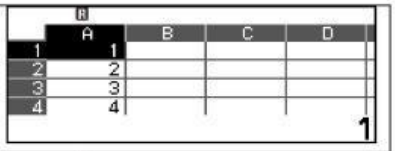
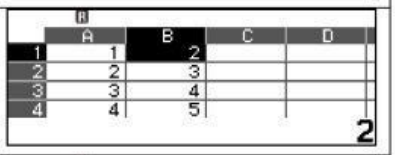
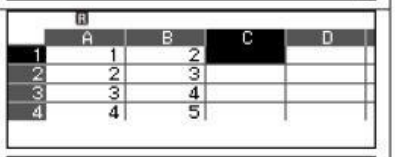
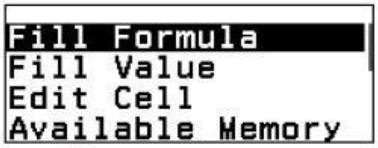
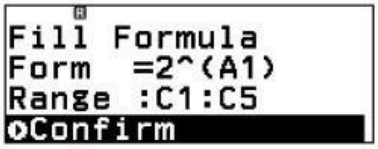
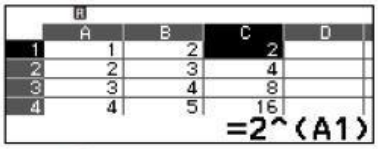
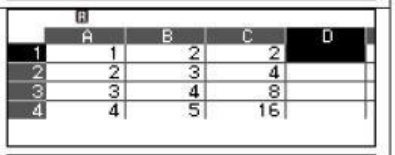
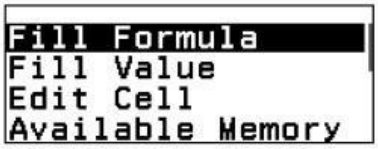
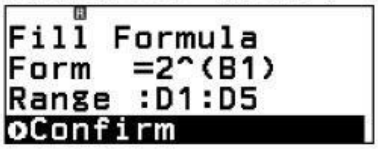
$$1 \text{ kWh} = 1.000 \text{ W} \times 60 \text{ menit}$$
$$1 \text{ kWh} = 1.000 \text{ W} \times 3.600 \text{ s}$$
$$1 \text{ kWh} = 3{,}6 \times 60^6 \text{ W.s}$$
$$1 \text{ kWh} = 3{,}6 \times 60^6 \text{ J}$$

LIVEWORKSHEETS

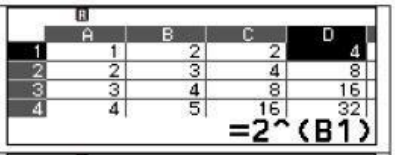
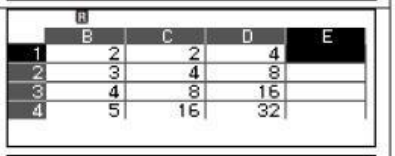
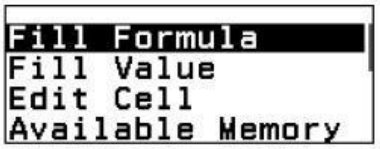
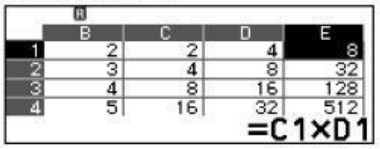
Penerapan Sifat Bilangan Berpangkat dalam Kehidupan

Aktivitas 3 Memahami Sifat Perkalian Bilangan Berpangkat

Dengan menggunakan menu Spreadsheet, selidiki beberapa perkalian bilangan berpangkat berikut ini. Lakukan langkah-langkah di bawah ini.

1.	Pada kolom A masukkan bilangan bulat 1 hingga 5	
2.	Pada kolom B masukkan bilangan bulat 2 hingga 6	
3.	Pada sel C1, berikan perintah Fill Formula dengan menekan tombol ▮. Kemudian masukkan formula =2^(A1) yang berlaku pada sel C1-C5. Pilih Confirm kemudian ▌.	   
4.	Pada sel D1, berikan perintah Fill Formula dengan menekan tombol ▮. Kemudian masukkan formula =2^(B1) yang berlaku pada sel D1-D5. Pilih Confirm kemudian ▌.	  

LIVEWORKSHEETS

		
5.	Pada sel E1, berikan perintah Fill Formula dengan menekan tombol ▮. Kemudian masukkan formula =C1×D1 yang berlaku pada sel E1-E5. Pilih Confirm kemudian ▌.	  

Bagaimana hasil yang kamu dapatkan? Tuliskan hasil yang didapatkan pada tabel di bawah ini.

a	b	2^a	2^b	$2^a \times 2^b$
1	2	2	4	$8 = 2^3$
2	3			
3	4			
4	5			
5	6			

Perhatikan hasil yang didapatkan pada kolom $2^a \times 2^b$. Coba diskusikan dengan temanmu apakah ada pola yang terbentuk pada tabel di atas. (Note: Perhatikan nilai pangkat pada a, b, dan $2^a \times 2^b$). Apa yang kamu temukan?

$$2^a \times 2^b = 2^{\cdots}$$

untuk a, b adalah bilangan bulat.

LIVEWORKSHEETS

Apakah sifat perkalian di atas juga berlaku untuk bilangan pokok yang lain? Coba diskusikan bersama temanmu.

Berdasarkan hasil diskusimu, tuliskanlah sifat perkalian bilangan berpangkat.

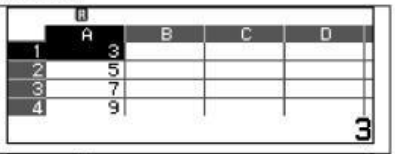
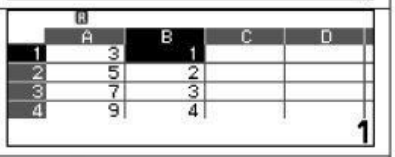
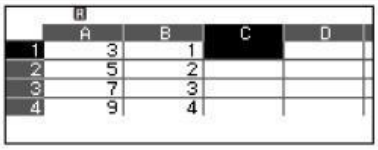
Jika $a \neq 0$ dan m, n adalah bilangan bulat positif, maka $$a^m \times a^n = a^{\cdots}$$

Dengan menggunakan sifat di atas dapatkah kamu mencari hasil dari perkalian bilangan berpangkat berikut.

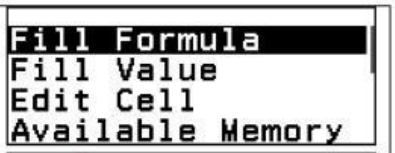
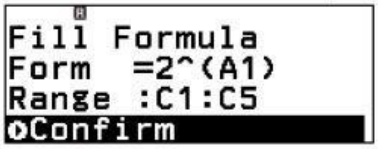
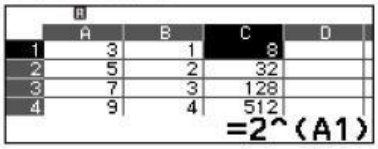
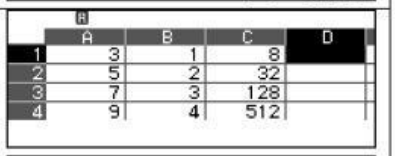
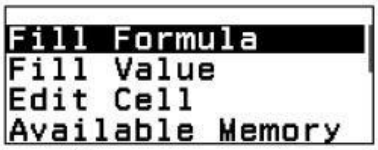
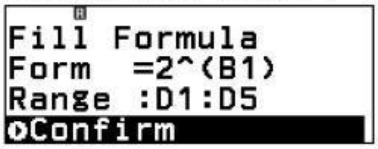
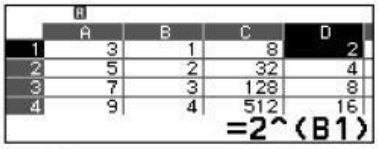
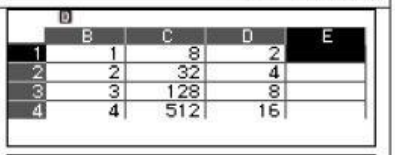
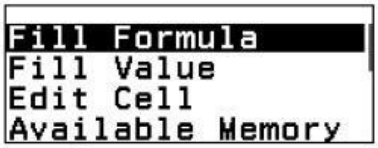
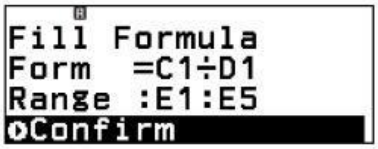
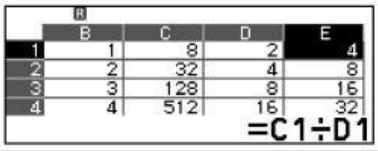
1. $3^4 \times 3^7 =$ ....
2. $11^8 \times 11^5 = \cdots.$
3. $a^{10} \times a^2 = \cdots.$
4. $x^2y \times x^3y^2 = \cdots.$
5. $(5x^2y^4) \times (6xy^7) = \cdots.$

Aktivitas 4 Memahami Sifat Pembagian Bilangan Berpangkat

Dengan menggunakan menu Spreadsheet, selidiki beberapa pembagian bilangan berpangkat berikut ini. Lakukan langkah-langkah di bawah ini.

1.	Pada kolom A masukkan bilangan ganjil 3 hingga 11	
2.	Pada kolom B masukkan bilangan bulat 1 hingga 5	
3.	Pada sel C1, berikan perintah Fill Formula dengan menekan tombol ▮. Kemudian masukkan formula =2^(A1) yang berlaku pada sel C1-C5. Pilih Confirm kemudian ▌	

LIVEWORKSHEETS

		  
4.	Pada sel D1, berikan perintah Fill Formula dengan menekan tombol ▮. Kemudian masukkan formula =2^(B1) yang berlaku pada sel D1-D5. Pilih Confirm kemudian ▌.	   
5.	Pada sel E1, berikan perintah Fill Formula dengan menekan tombol ▮. Kemudian masukkan formula =C1÷D1 yang berlaku pada sel E1-E5. Pilih Confirm kemudian ▌.	   

LIVEWORKSHEETS

Bagaimana hasil yang kamu dapatkan? Tuliskan hasil yang didapatkan pada tabel di bawah ini.

a	b	2^a	2^b	$2^a \div 2^b$
3	1	8	2	$4 = 2^2$
5	2			
7	3			
9	4			
11	5			

Perhatikan hasil yang didapatkan pada kolom $2^a \div 2^b$. Coba diskusikan dengan temanmu apakah ada pola yang terbentuk pada tabel di atas. (Note: Perhatikan nilai pangkat pada a, b, dan $2^a \div 2^b$). Apa yang kamu temukan?

$$2^a \div 2^b = 2^{\cdots}$$

untuk a, b adalah bilangan bulat.

Apakah sifat pembagian di atas juga berlaku untuk bilangan pokok yang lain? Coba diskusikan bersama temanmu.

Berdasarkan hasil diskusimu, tuliskanlah sifat pembagian bilangan berpangkat.

Jika $a \neq 0$ dan m, n adalah bilangan bulat positif dengan $m > n$, maka

$$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{\cdots}$$

Dengan menggunakan sifat di atas dapatkah kamu mencari hasil dari pembagian bilangan berpangkat berikut.

1. $5^7 \div 5^3 = \cdots$.
2. $8^{11} \div 8^5 = \cdots$.
3. $a^{10} \div a^2 = \cdots$.
4. $12y^7 \div 4y^2 = \cdots$.
5. $(-24x^5y^4) \div (3x^2y^3) = \cdots$.

LIVEWORKSHEETS

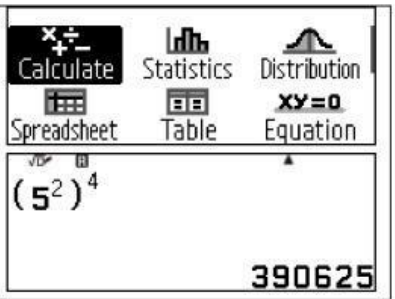
Sifat Perpangkatan Lainnya

Aktivitas 5 Memahami Sifat Perpangkatan Bilangan Berpangkat

Dengan menggunakan menu Calculate, selidiki beberapa perpangkatan bilangan berpangkat berikut ini.

1. $(5^2)^4 = \cdots = \cdots$.
2. $(7^3)^2 = \cdots = \cdots$.
3. $(2^5)^6 = \cdots = \cdots$.

Lakukan langkah berikut untuk pertanyaan 1.

1.	Buka menu Calculate kemudian masukkan bilangan berpangkat yang diberikan dengan menggunakan tombol **(5^2$)^4.** Kemudian tekan **B** untuk mendapatkan hasil perhitungan.	
2.	Gunakan tombol n untuk mengubah hasil ke bentuk faktorisasi prima.	

Bagaimana hasil yang kamu dapatkan? Ulangi langkah di atas untuk pertanyaan lainnya. Perhatikan hasil yang didapatkan, coba diskusikan dengan temanmu apakah ada pola yang terbentuk.

$$(5^2)^4 = 5^{\cdots} = 5^{\cdots \times \cdots}$$
$$(7^3)^2 = 7^{\cdots} = 7^{\cdots \times \cdots}$$
$$(2^5)^6 = 2^{\cdots} = 2^{\cdots \times \cdots}$$

Apakah sifat perpangkatan di atas juga berlaku untuk bilangan pokok yang lain? Coba diskusikan bersama temanmu.

Berdasarkan hasil diskusimu, tuliskanlah sifat pembagian bilangan berpangkat.

Jika m dan n adalah bilangan bulat positif, maka

$$(a^m)^n = a^{\cdots}$$

LIVEWORKSHEETS

Pertanyaan untuk Diskusi

1. Menurutmu apakah nilai dari $(a^m)^n = (a^n)^m$? Jelaskan

LIVEWORKSHEETS