

 Nama: _____

Lembar Kerja Siswa

TRANSFORMASI GEOMETRI PADA BIDANG KARTESIUS

Matematika Kelas XI

TUJUAN PEMBELAJARAN

- 1. Peserta didik dapat menentukan hasil translasi pada suatu titik dengan benar**
- 2. Peserta didik dapat menentukan hasil refleksi pada suatu titik dengan benar**
- 3. Peserta didik dapat menentukan hasil rotasi pada suatu titik dengan benar**
- 4. Peserta didik dapat menentukan hasil dilatasi pada suatu titik dengan benar**

PETUNJUK

- 1. Berdoalah sebelum mengerjakan.**
- 2. Tulis nama dengan lengkap.**
- 3. Pahami materi terlebih dahulu sebelum menjawab soal**
- 4. Kerjakan dengan teliti dan tidak perlu terburu-buru**
- 5. Tanyaakan hal-hal yang kurang jelas pada gurumu**

MATERI

TRANSLASI (PERGESERAN)

1. **Translasi (pergeseran)** adalah transformasi yang memindahkan titik-titik pada bidang dengan arah dan jarak tertentu.
2. Titik $A(x, y)$ ditranslasikan oleh $T \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{T \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} A'(x', y')$$

3. Bentuk persamaan matriks translasi : $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
4. $T \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ disebut komponen translasi, a merupakan pergeseran secara horizontal dan b merupakan pergeseran secara vertikal.
5. Titik A' disebut bayangan titik A yang telah ditransformasi.

DILATASI (PERKALIAN)

1. **Dilatasi** adalah transformasi yang mengubah jarak titik-titik dengan faktor pengali tertentu terhadap suatu titik tertentu. Faktor pengali tertentu disebut faktor dilatasi atau faktor skala dan titik tertentu disebut pusat dilatasi
2. Dilatasi dinotasikan dengan $D(P, k)$ dimana P merupakan pusat dilatasi dan k merupakan faktor skala
3. **Jenis-jenis dilatasi berdasarkan titik pusat**

Misalkan koordinat titik asal $A(x, y)$ akan didilatasikan dengan faktor skala k terhadap pusat $(0, 0)$ dan pusat (a, b) akan menghasilkan bayangan sebagai berikut

Titik Pusat	Persamaan Matriks Transformasi
$(0, 0)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
(a, b)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

MATERI

REFLEKSI (PENCERMINAN)

1. **Refleksi (pencermian)** adalah suatu transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin. Refleksi disimbolkan dengan M_a dengan a merupakan sumbu cermin.
2. **Sifat-sifat Refleksi:**
 1. Jarak dari titik asal ke cermin sama dengan jarak cermin ke titik bayangan
 2. Garis yang menghubungkan titik asal dengan titik bayangan tegak lurus terhadap cermin
 3. Garis-garis yang terbentuk antara titik-titik asal dengan titik-titik bayangan akan saling sejajar
3. **Jenis-jenis refleksi**

Misalkan koordinat titik asal $A(x, y)$ akan direfleksikan terhadap sumbu X, sumbu Y, titik asal O (0,0), garis $y = x$, garis $y = -x$, garis $x = h$, garis $y = k$, dan garis $y = x \tan \alpha$ akan menghasilkan bayangan sebagai berikut

Efleksi	Titik Bayangan	Persamaan Matriks Transformasi
Sumbu X	$A'(x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Sumbu Y	$A'(-x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Titik asal O (0,0)	$A'(-x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = x$	$A'(y, x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = -x$	$A'(-y, -x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $x = h$	$A'(2h - x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$
Garis $y = k$	$A'(x, 2k - y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$

MATERI

ROTASI (PERPUTARAN)

1. **Rotasi** adalah transformasi yang memindahkan titik-titik dengan cara memutar titik-titik tersebut sejauh α terhadap suatu titik tertentu.
2. Rotasi pada bidang datar ditentukan oleh :
 1. Titik pusat rotasi
 2. Besar sudut rotasi
 3. Arah sudut rotasi
 - a. Jika **arah rotasi** diputar **searah jarum jam** maka besar sudut rotasi negatif $(-\alpha)$
 - b. Jika **arah rotasi** diputar **berlawanan jarum jam** maka besar sudut rotasi positif (α)
3. Rotasi dinotasikan dengan $R(P, \alpha)$ dimana P merupakan pusat rotasi dan α besar sudut rotasi.
4. **Jenis-jenis rotasi berdasarkan titik pusat**

Misalkan koordinat titik asal $A(x, y)$ akan dirotasikan dengan besar sudut α terhadap pusat $(0, 0)$ dan pusat (a, b) akan menghasilkan bayangan sebagai berikut

Titik Pusat	Persamaan Matriks Transformasi
$(0, 0)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
(a, b)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

C C C C C C C C C

MATERI TAMBAHAN

 TRANSLASI X



C C C C C C C C C

MATERI TAMBAHAN

REFLEKSI

X



C C C C C C C C C

MATERI TAMBAHAN

 ROTASI

X



C C C C C C C C C

MATERI TAMBAHAN

 DILATASI X



PENUGASAN

Jawablah pertanyaan-pertanyaan dengan benar

1. Diketahui titik $P'(4,-12)$ adalah bayangan titik P oleh translasi $T = (-9, 8)$. Koordinat titik P adalah ...
A. $(13,-20)$ C. $(4, 20)$
B. $(13,-4)$ D. $(-5,-4)$
2. Hasil bayangan titik $A(3,5)$ oleh translasi $T(-2, 4)$ adalah
A. $A' (5, 1)$ C. $A' (7, -1)$
B. $A' (1, 9)$ D. $A'(7, 3)$
3. Titik $A(3,-5)$ dicerminkan terhadap titik asal $(0,0)$. Koordinat bayangan titik A adalah ...
4. Titik $P(5, -4)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$. Koordinat bayangan titik P adalah
5. Titik $Q(-3,7)$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$. Koordinat bayangan titik Q adalah
6. Koordinat titik asal pada titik $B'(5,2)$ setelah direfleksi terhadap garis $x = 3$ adalah
7. Cocokkan dengan titik asal hasil bayangan pada rotasi sebesar 90° dan berpusat $(0, 0)$

(3,1)

(1, -5)

(-5, -1)

(-1,3)

(-2,3)

(-3,-2)



PENUGASAN

Jawablah pertanyaan-pertanyaan dengan benar

8. Titik $D(6, 3)$ dirotasikan sebesar 270° terhadap titik pusat $(2, 4)$. Hasil rotasi titik D adalah ...
 (27, 10)
 (-27, 10)
 (9, 27)

9. Manakah bayangan titik $A(-5, 2)$ yang benar setelah didilatasikan terhadap pusat $(3, 4)$ dan faktor skala -3?
 (27, 10)
 (-27, 10)
 (9, 27)

10. Manakah pernyataan di bawah ini yang benar pada kasus dilatasi titik $R(2, -3)$ dengan faktor skala 3 terhadap titik pusat $(1, -2)$?
 Titik tersebut akan berubah posisi dan ukurannya
 Titik tersebut tidak mengalami perubahan sama sekali
 Perubahan titik R yang terjadi adalah $(7, -5)$